



**KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH**

**Institut für Nukleare Sicherheitsforschung**

**Ein Beitrag zur Abschätzung von  
Heliumausströmraten bei einem Leck  
im Liner eines Hochtemperaturreaktors**

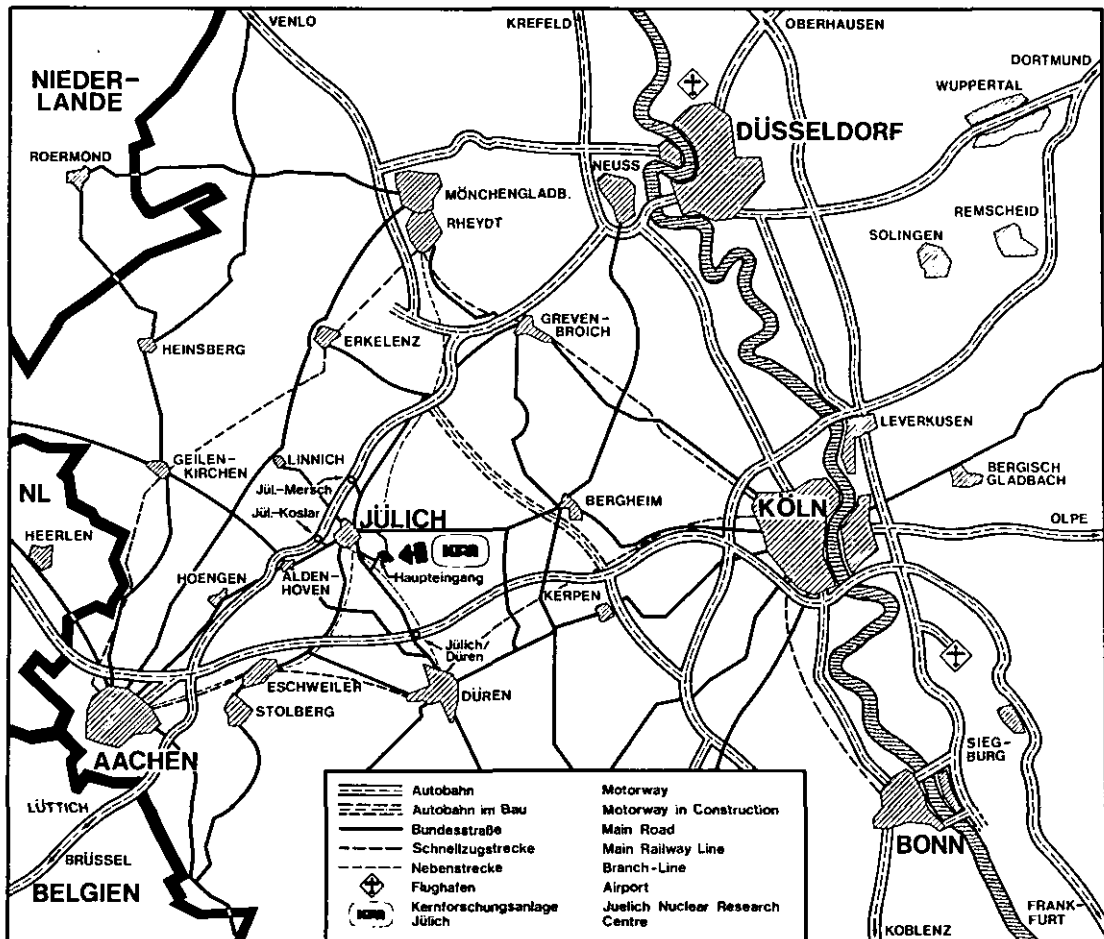
von

G. Breitbach

**Jül - Spez - 117**

**Juni 1981**

ISSN 0343-7639



Als Manuskript gedruckt

### Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich - Nr. 117

Institut für Nukleare Sicherheitsforschung Jöl - Spez-117

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH

Postfach 1913 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)

Telefon: (02461) 61-0 · Telex: 833556 kfa d

# **Ein Beitrag zur Abschätzung von Heliumausströmraten bei einem Leck im Liner eines Hochtemperaturreaktors**

von

G. Breitbach

## Zusammenfassung

Es wird untersucht, welche Mengen an Primärkühlgas austreten, wenn sich Linerlecks bilden. In vereinfachten Modellen wird für Rechnungen ein einheitlicher Spalt zwischen Liner und Beton mit Spaltweite  $h$  im  $\mu\text{m}$ -Bereich vorausgesetzt. Leckagegas wird entlang des Spaltes strömen und in den Beton eindringen. Die Gasraten sind sehr stark von  $h$  abhängig. Im Zusammenhang mit einem in Beton liegenden Drainagekanalsystem wird gezeigt, daß bei Spaltweiten um  $5\ \mu\text{m}$  das Gas schnell im Beton versickert. Bei Spaltweiten um  $50\ \mu\text{m}$  ist mit einer großflächigen Ausbreitung entlang des Spaltes zu rechnen, wenn der Beton als nicht gerissen betrachtet wird.

Experimentelle Ergebnisse werden diskutiert. Einfache Abschätzungen zeigen, daß die Gasraten nach Linerlecks auf mittlere Spaltweite im Bereich  $5 - 50\ \mu\text{m}$  hindeuten.

## ABSTRACT

Investigations are performed, how much primary coolant gas is released when liner leaks occur. In simplified models for calculations a cleft between liner and concrete with an uniform width  $h$  in the  $\mu\text{m}$ -range is assumed. Leaking gas flows along the cleft and percolates into the concrete.

The flow rates depend very strongly on  $h$ . In connection with a venting channel system lying nearby the liner it is demonstrated, that for clefts in the range  $5\ \mu\text{m}$  gas percolates quickly into the concrete. For separations of  $50\ \mu\text{m}$  a large expansion in the concrete-liner interface is to expect, supposed the concrete is not cracked.

Experimental results are discussed. Simple estimations show that the gas flow rates of liner leaks suggest clefts between liner and concrete in the range  $5 - 50\ \mu\text{m}$ .

## Übersicht

	<u>Seite</u>
1. Einleitung	1
2. Heliumausbreitung im Spalt zwischen Liner und Beton	1
2.1 Der eben ausgebreitete Liner	2
2.2 Der in sich abgeschlossene Liner	7
3. Heliumausbreitung im Beton	10
3.1 Ein einfaches Modell zur Berechnung der Gaspermeation in porösen Medien	11
3.2 Stationäre Heliumpermeation in Beton für verschiedene Geometrien	14
3.2.1 Die stationäre radiale Ausbreitung von Helium in Beton	15
3.2.2 Permeation in eine dicht unter einer Betonoberfläche ausgebildete Röhre	18
4. Wirkung eines linernahen Dränagesystems im Beton	25
5. Experimentelle Ergebnisse für Einstromraten in Linerlecks	35
6. Schluß	37
7. Literatur	38
8. Bezeichnungen	40

## 1. Einleitung

Der Spannbetonbehälter eines Hochtemperaturreaktors ist innen mit einer als Liner bezeichneten Stahlhaut ausgekleidet, die die Gasdichtigkeit des Primärkreislaufs zu gewährleisten hat. Wenn sich ein Leck im Liner bildet - aus welchen Gründen auch immer -, so wird unter Druck stehendes Helium austreten.

Es werden die beiden Ausbreitungsmöglichkeiten für das austretende Helium diskutiert:

Zum ersten wird sich Helium entlang der Liner-Beton-Grenzfläche ausbreiten, da der Stahl-Beton-Verbund auf Grund der Rauigkeiten der Blech- und Betonoberfläche nicht ideal sein wird.

Zum zweiten wird Helium in den Beton eindringen, da der Beton ein gasdurchlässiges mikroporöses Medium darstellt.

Es werden einfache Modellvorstellungen entwickelt, die eine Abschätzung von Ausströmraten für Linerlecks gestatten. Dabei wird herausgestellt werden, welche Heliumraten im Spalt abfließen und mit welchen Permeationsraten im Beton zu rechnen ist.

Zum Schluß werden experimentelle Ergebnisse von Versuchen zur Linerleckproblematik diskutiert.

## 2. Heliumausbreitung im Spalt zwischen Liner und Beton

Es wird vorausgesetzt, daß der Beton gasdicht ist, und daß sich Helium, ausgehend von einem kleinen kreisförmigen Leck, im Spalt zwischen Liner und Beton ausbreitet. Zur Vereinfachung wird in Kap. 2.1 der Liner zu einer ebenen, kreisförmigen Fläche verformt, in deren Mittelpunkt sich das Leck befindet. Das einströmende Helium kann über den gesamten Rand ungehindert abströmen (siehe auch Abb. 1).

Nun erscheint die Ausbreitung des Liners zu einer ebenen Kreisfläche nicht der Realität zu entsprechen, da der die Spannbetonkaverne auskleidende Liner eine in sich geschlossene Fläche bildet, wenn man einmal von Durchbrüchen absieht. Es wird aber in Kap. 2.2 gezeigt werden, daß die Behandlung einer in sich abgeschlossenen Fläche keine wesentlich anderen Ergebnisse für die Leckraten bringt. Die Durchbrüche (etwa für Panzerrohre etc.) spielen hierbei eine entscheidende Rolle.

Die folgenden einfachen Betrachtungen gehen von einem Spalt zwischen Liner und Beton aus, der eine einheitliche Dicke hat.<sup>1)</sup> Die Spaltweite (oder besser mittlere Spaltweite) wird von der Rauigkeit des Linerblechs und von Eigenschaften des anliegenden Betons bestimmt. Orientiert man sich an üblichen Blechrauigkeiten, so liegt man im Bereich um 10 µm. Im allgemeinen wird man von lokal unterschiedlichen Spaltweiten ausgehen müssen, zumal sich auf dem Liner noch "konstruktive Inhomogenitäten" (Bolzen, Kühlrohre) befinden.

## 2.1 Der eben ausgebreitete Liner

Betrachtet wird der stationäre, radialsymmetrische Gasfluß vom Leckort nach außen (Abb. 1).

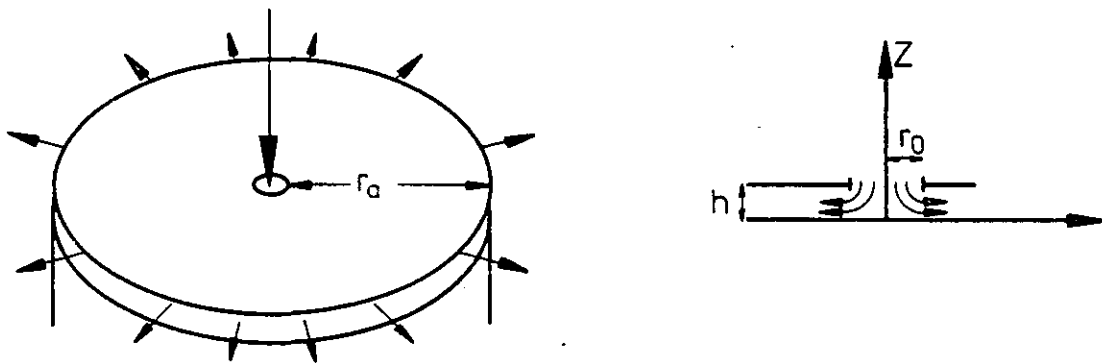


Abb. 1: Radialsymmetrische Gasströmung durch einen Spalt.

Die folgenden drei gekoppelten Gleichungen beschreiben die Strömung /1/:

- Kontinuitätsgleichung:

$$2\pi \cdot r \cdot \rho \cdot v_r(r, z) = C \quad (1)$$

Abgesehen von der unmittelbaren Umgebung verläuft die Strömung innerhalb des Spalts in parallelen Schichten radial nach außen. C ist eine Größe, die von der z-Koordinate abhängt (siehe Koordinatensystem in Abb. 1).

- Bewegungsgleichung:

$$\rho \cdot v_r \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \eta \cdot \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \quad (2)$$

<sup>1)</sup> Es wird hier nicht berücksichtigt, daß sich durch Druckaufbau hinter dem Liner die Spaltweite verändern kann.



In der Gleichung (2) kann bei engen Spalten der Term  $\rho \cdot v_r \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r}$  als kleine Größe vernachlässigt werden (siehe /2/ S. 78), so daß sie folgende einfache Gestalt annimmt:

$$\eta \cdot \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3)$$

- Zustandsgleichung:

$$p = \rho \cdot R \cdot T \quad (4)$$

Hier wird angenommen, daß die Bewegung isotherm erfolgt, was bei kleinen Spaltweiten sicherlich gerechtfertigt ist.

Die Gleichungen (1), (3) und (4) beschreiben das Strömungsproblem vollständig. Zweimalige Integration von (3) unter den Randbedingungen  $v_r(z=0) = v_r(z=h) = 0$  (zum Koordinatensystem siehe Abb. 1) liefert

$$v_r = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \cdot z(z-h) \quad (5)$$

Aus Gleichung (1) folgt kombiniert mit Gleichung (4):

$$v_r = \frac{\zeta \cdot R \cdot T}{2\pi r \cdot \rho} \quad (6)$$

Aus (5) und (6) erhält man

$$\frac{\zeta \cdot R \cdot T}{2\pi r \cdot \rho} = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{dp}{dr} \cdot z \cdot (z-h) \quad (7)$$

bzw.

$$\frac{\zeta \cdot R \cdot T}{2\pi r} \cdot dr = \frac{z \cdot (z-h)}{2\eta} \cdot \rho \cdot dp \quad (8)$$

Integration von (8) ergibt

$$\frac{\zeta \cdot R \cdot T}{2\pi} \cdot \ln \frac{r}{r_0} = \frac{z \cdot (z-h)}{4\eta} \cdot (p^2 - p_0^2) \quad (9)$$

wobei  $r_0$  der "Leckradius" und  $p_0$  der Druck an der Stelle  $r = r_0$  ist.

Herrscht am Gasaustritt bei  $r = r_a$  ein Druck  $p = p_a$ , so ergibt sich für  $C$ :

$$C = \frac{\pi \cdot z \cdot (z-h)}{2\eta \cdot R \cdot T} \cdot \frac{p_a^2 - p_o^2}{\ln \frac{r_a}{r_o}} \quad (10)$$

Aus (9) folgt für den Druckverlauf

$$p = \sqrt{C^* \cdot \ln \frac{r}{r_o} + p_o^2} \quad (11)$$

mit 
$$C^* = \frac{p_a^2 - p_o^2}{\ln \frac{r_a}{r_o}} \quad (11 \text{ a})$$

Es interessiert nun die einströmende Gasmenge  $Q$  in Abhängigkeit vom "Leckradius"  $r_o$ , vom Außenradius  $r_a$ , von der Spaltweite  $h$  und von den Druckverhältnissen.  $Q$  ergibt sich durch Integration von Gl. (1) über  $z$  bei  $r = r_o$ .

$$Q = \int_0^h C \cdot dz \quad (12)$$

bzw. mit Gl. (10)

$$Q = \int_0^h \frac{\pi \cdot z \cdot (z-h)}{2\eta \cdot R \cdot T} \cdot \frac{p_a^2 - p_o^2}{\ln \frac{r_a}{r_o}} \cdot dz \quad (13)$$

Es folgt

$$Q = -\frac{\pi}{12} \cdot \frac{h^3}{\eta \cdot R \cdot T} \cdot \frac{p_a^2 - p_o^2}{\ln \frac{r_a}{r_o}} \quad (14)$$

Anstelle des Massenstromes  $Q$  (in kg/sec) wird oft im Zusammenhang mit Gasströmungen eine Größe  $\tilde{Q} = Q \cdot R \cdot T$  verwendet. Rechnet man im internationalen Einheitssystem (m, kg, s, A), so hat  $Q$  die Einheit  $\text{Pa} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{sec}}$ , wobei  $1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  ist.  
( $1 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{sec}} \cong 10 \frac{\text{mbar} \cdot \text{l}}{\text{sec}}$ ).

$$\tilde{Q} = -\frac{\pi}{12} \cdot \frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{p_a^2 - p_o^2}{\ln \frac{r_a}{r_o}} \quad (15)$$

Man erkennt, daß  $\tilde{Q}$  (bzw.  $Q$ ) sehr empfindlich von der Spaltweite  $h$  abhängt. So bringt eine Verdopplung der Spaltweite eine Verachtfachung des Gasflusses. Dagegen gehen Außenradius  $r_a$  und Leckradius  $r_o$  lediglich logarithmisch in die Formeln (14) und (15) ein, so daß sich Vergrößerungen bzw. Verkleinerungen von  $r_a$  und  $r_o$  nur schwach auswirken.

Die Formeln gelten nur dann, wenn die Strömung laminar ist. Eine Aussage darüber kann über die Reynoldszahl getroffen werden, die hier aus mittlerer Geschwindigkeit  $\bar{v}_r$ , Viskosität  $\eta$  und der doppelten Spaltweite  $2 \cdot h$  (hydraulischer Durchmesser, siehe etwa /3/) gebildet wird. Mit  $\bar{v}_r = \tilde{Q} / (2\pi r \cdot h \cdot P)$  ( $r_o \leq r \leq r_a$ ) erhält man für  $Re$  ( $Re = \frac{P \cdot \bar{v}_r \cdot 2h}{\eta}$ ):

$$Re = \frac{\tilde{Q}}{\pi \cdot r \cdot \eta \cdot R \cdot T} \quad (16)$$

Die höchsten Reynoldszahlen treten unmittelbar am Gaseintritt auf. Liegt  $Re$  in der Größenordnung 2000, so wird die Strömung turbulent. Es gelten dann vor allem in Bereichen in der nächsten Umgebung des Lecks andere komplizierte Gesetzmäßigkeiten.

Abb. 2 zeigt  $Q$  als Funktion von  $P_o$  für  $r_o = 2$  mm,  $r_a = 10$  m bei einer Heliumtemperatur von  $60^\circ \text{C}$  ( $\eta(60^\circ \text{C}) = 2,14 \cdot 10^{-5} \text{Pasec}$ ). Die Spaltweite  $h$  fungiert als Scharparameter. Die gestrichelte Linie markiert den Gasfluß, bei dem unmittelbar am Leck  $Re = 2000$  erreicht wird.

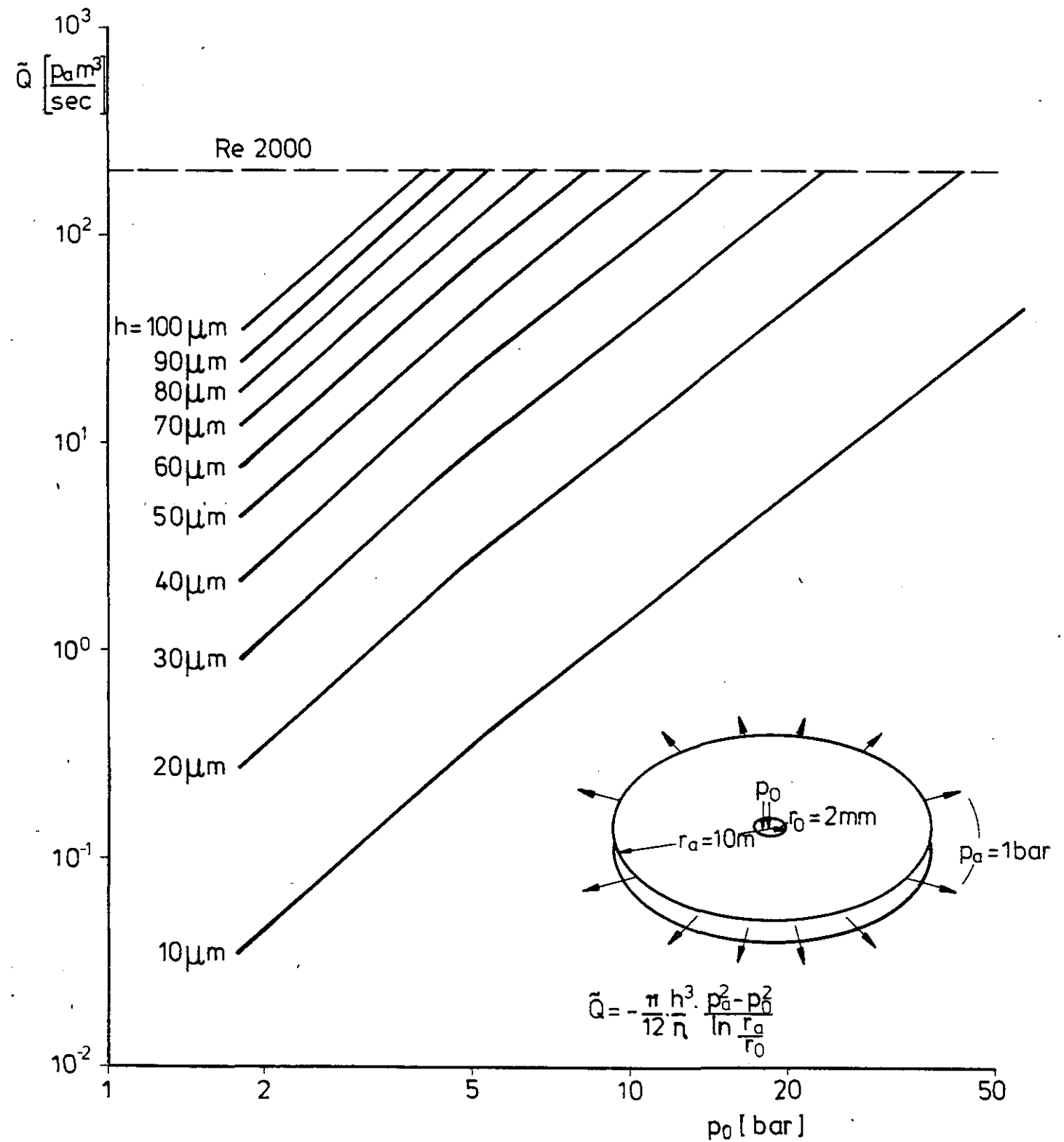


Abb. 2: Heliumfluß als Funktion des Druckes am Leckort. Spaltweite  $h$  als Scharparameter, Leckradius  $r_0 = 2 \text{ mm}$ ,  $r_a = 10 \text{ mm}$ , Heliumtemperatur =  $60^\circ \text{ C}$  ( $\eta = 2,14 \cdot 10^{-5} \text{ Pasec}$ ). Um den Gasmassenstrom (in  $\text{kg/sec}$ ) zu erhalten, ist  $\dot{Q}$  durch  $R \cdot T = 2077 \cdot 333 \text{ J/kg}$  zu dividieren.

## 2.2 Der in sich abgeschlossene Liner

Im Rahmen der eben durchgeführten Berechnungen wurde der Liner zu einer kreisförmigen Scheibe ausgebreitet. In Wirklichkeit ist der Liner und somit auch der Spalt zwischen Liner und Beton im wesentlichen - bis auf Durchbrüche - in sich abgeschlossen.

Das in Abb. 3 dargestellte Modell erscheint aus diesen Gründen realistischer zu sein.

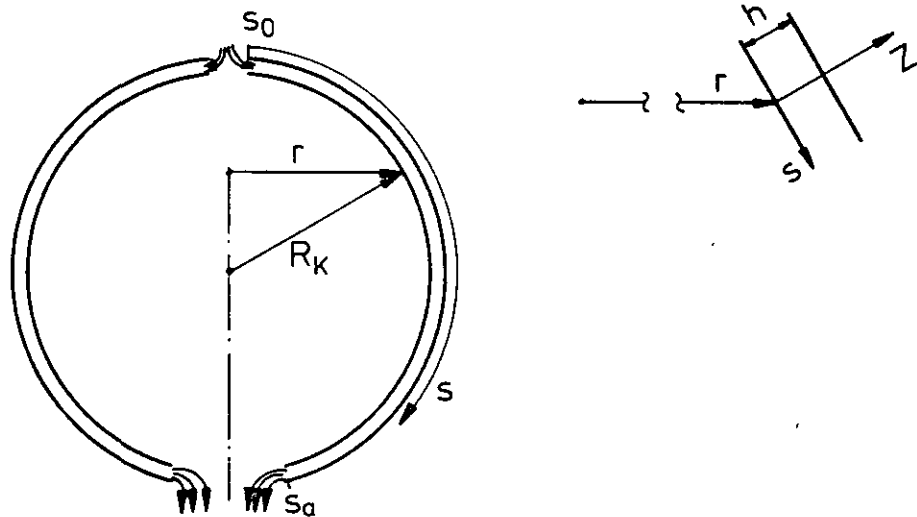


Abb. 3: Reibungsbestimmte Gasströmung längs eines kugelförmig ausgebildeten Spaltes.

Man denkt sich den Liner als Oberfläche eines Kugelabschnitts, der nahezu eine in sich abgeschlossene Kugel bildet. Ausgehend vom Leckort breitet sich Helium entlang der Kugeloberfläche aus und strömt wie in Abb. 3 angedeutet zur Atmosphäre hin aus. Der Abströmquerschnitt kann auf die Linerdurchbrüche abgestimmt werden. Er ist hier erheblich kleiner als im Falle des kreisförmig ausgebreiteten Liners.

Die die Gasströmung bestimmenden Gleichungen sind ähnlich den in Kap. 2.1 angegebenen. Die Strömung wird im wesentlichen - genauso wie in 2.1 - durch Reibungskräfte zwischen Gasschichten bestimmt, die parallel zu den Spaltbegrenzungsflächen liegen.

- Kontinuitätsgleichung (siehe auch Abb. 3)

$$2\pi r \cdot \rho \cdot v_s(s, z) = \dot{G}$$

bzw.

$$2\pi \cdot R_k \cdot \sin \frac{s}{R_k} \cdot \rho \cdot v_s(s, z) = \dot{G} \quad (17)$$

- Bewegungsgleichung

$$\eta \cdot \frac{\partial^2 v_s}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial s} \quad (18)$$

- Zustandsgleichung

$$p = \rho \cdot R \cdot T \quad (19)$$

Analog zum vorhergehenden Kapitel (Gl. 5) folgt

$$v_s = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} \cdot z(z-h) \quad (20)$$

Weiterhin folgt aus (17) und (19)

$$v_s = \frac{\dot{G} \cdot R \cdot T}{2\pi R_k \cdot \sin \frac{s}{R_k} \cdot p} \quad (21)$$

Gleichsetzen von (20) und (21) liefert

$$\frac{\dot{G} \cdot R \cdot T}{2\pi \cdot R_k} \cdot \frac{ds}{\sin \frac{s}{R_k}} = \frac{z \cdot (z-h)}{2\eta} \cdot p \cdot dp \quad (22)$$

Integration auf beiden Seiten von  $S_0$  bis  $S$  bzw.  $P_0$  bis  $P$  ergibt

$$\frac{\dot{G} \cdot R \cdot T}{2\pi} \cdot \ln \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{s}{2 \cdot R_k} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{S_0}{2 \cdot R_k} \right)} \right] = \frac{z \cdot (z-h)}{4 \cdot \eta} \cdot (p^2 - p_0^2) \quad (23)$$

Wird am Gasaustritt bei  $S = S_a$  der Druck  $P_a$  vorgegeben, so erhält man für  $C$

$$C = \frac{\pi \cdot z(z-h)}{2\eta \cdot R \cdot T} \cdot \frac{P_a^2 - P_0^2}{\ln \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{S_a}{2 \cdot R_k} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{S_0}{2 \cdot R_k} \right)} \right]} \quad (24)$$

Der Druckverlauf ergibt sich analog zu Gleichung (11, 11a).

Für den Gasdurchsatz bei vorgegebenen Randbedingungen  $P_a$ ,  $P_o$  folgt (vergl. Gl. 14, 15)

$$Q = -\frac{\pi}{12} \cdot \frac{h^3}{\eta \cdot R \cdot T} \cdot \frac{P_a^2 - P_o^2}{\ln \left[ \frac{\operatorname{tg}(\frac{S_a}{2R_K})}{\operatorname{tg}(\frac{S_o}{2R_K})} \right]} \quad (25)$$

bzw.

$$\tilde{Q} = -\frac{\pi}{12} \cdot \frac{h^3}{\eta} \cdot \frac{P_a^2 - P_o^2}{\ln \left[ \frac{\operatorname{tg}(\frac{S_a}{2R_K})}{\operatorname{tg}(\frac{S_o}{2R_K})} \right]} \quad (26)$$

Im folgenden wird eine beispielhafte Rechnung mittels der Formeln (15) und (26) durchgeführt, wobei zum einen eine vorgegebene Linerfläche von  $1000 \text{ m}^2$  zu einer Kreisscheibe (gemäß den Überlegungen in Kap. 2.1) und zum anderen zu einem Kugelabschnitt verformt wird.

Die scheibenförmige Ausbreitung der  $1000 \text{ m}^2$  Fläche ergibt einen Radius  $r_a = 17,8 \text{ m}$ .

Denkt man sich den Liner zu einer Kugelfläche verformt, bei der eine Kappe von  $1 \text{ m}$  Grundfläche abgeschnitten ist ( $r_a = 1 \text{ m}$ , siehe Abb. 4), so erhält man einen Kugelabschnitt mit einem Kugelradius  $R_K = 8,93 \text{ m}$ . Der Weg  $S_a$  eines Gaspartikels vom Leck zum Abströmquerschnitt ( $= 2 \pi \cdot r_a \cdot h$ ) berechnet sich zu  $S_a = 27,1 \text{ m}$ .

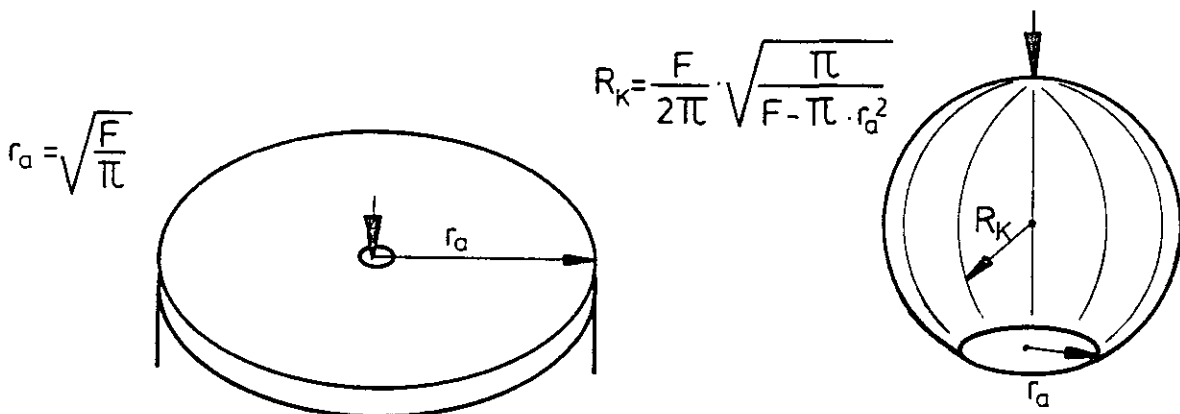


Abb. 4: Verformung einer vorgegebenen Fläche zu einer Kreisscheibe und zu einem Kugelabschnitt

Ein Vergleich der Formeln (15) und (26) zeigt, daß sie sich lediglich in dem logarithmischen Glied unterscheiden. Gleiche Spaltweiten vorausgesetzt, verhalten sich die Durchflüsse wie

$$\ln \left( \frac{\tau_a}{\tau_o} \right) / \ln \left( \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{s_a}{2R_k} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{s_o}{2R_k} \right)} \right)$$

Legt man sowohl in der Scheibe als auch in der Kugel eine Lecköffnung mit Radius  $r_o = s_o = 2 \text{ mm}$  zugrunde, so ergibt sich

$$\ln \left( \frac{\tau_a}{\tau_o} \right) = 9,1$$

$$\ln \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{s_a}{2R_k} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{s_o}{2R_k} \right)} \right] = 12,0$$

Man erkennt, daß sich die Durchflüsse nur wenig unterscheiden, obwohl die Abströmfläche im Falle der Kreisscheibe 18 mal so groß ist und der Weg, den ein Gasteilchen vom Eintritt zum Austritt hat, erheblich kürzer ist als im Falle des Kugelabschnitts (17,8 m gegenüber 27,1 m). Wird dem Gas die Möglichkeit großflächiger Ausbreitung geboten, so spielen die Randbedingungen keine allzu große Rolle mehr.

Bemerkt sei noch, daß dies nur dann gilt, wenn die Abströmfläche ( $= 2\pi r_o \cdot h$ ) groß gegen die Einströmfläche am Leckort ( $= 2\pi \tau_o \cdot h$ ) ist. Hier ist diese Bedingung sowohl für die Kreisscheibe als auch für die Kugelfläche erfüllt.

### 3. Heliumausbreitung im Beton

In den letzten Kapiteln wurde Beton als gasdicht angenommen, um die Gasströmung entlang des Liners zu studieren. In Wirklichkeit enthält der Beton ein System von Mikroporen, die größtenteils untereinander verbunden sind, so daß ein Gasdurchtritt durch Betonschichten möglich ist. Das entlang der Liner-Beton-Grenzfläche sich ausbreitende Helium wird also auf seinen Weg zur Umgebung zum Teil im Beton "versickern" bzw. durch den Beton in die Umgebung austreten.

In den folgenden Abschnitten des Kap. 3 wird ausschließlich die Gaspermeation nicht adsorbierbarer Gase im Beton behandelt. Die gleichzeitige Berücksichtigung von Strömung entlang des Liners und Eindringen in den Beton bleibt dem Kap. 4



vorbehalten.

### 3.1 Ein einfaches Modell zur Berechnung der Gaspermeation in porösen Medien

Die meisten Arbeiten, die zur Durchlässigkeit von Beton gemacht worden sind, behandeln den Durchgang von Wasser bzw. Wasserdampf (siehe etwa /4/, /5/). Von daher existieren Messungen zur Porosität und zur Größenverteilung der Poren. Die im Beton vorhandenen Mikroporen haben mittlere Ausdehnungen im Bereich  $\delta \sim 10^{-7} - 10^{-8}$  m bei einer Porosität  $\varphi \sim 0,10 - 0,15$ .

Im folgenden wird ein einfaches Modell zur Abschätzung des Gasdurchtritts durch ein poröses Medium vorgestellt (siehe etwa /6/, /7/). Man denkt sich bei diesem Modell das Porensystem zu feinen Kanälen mit einheitlichem Durchmesser  $\delta$  gestreckt, die in regelmäßiger Anordnung den Beton durchziehen (siehe Abb. 5).

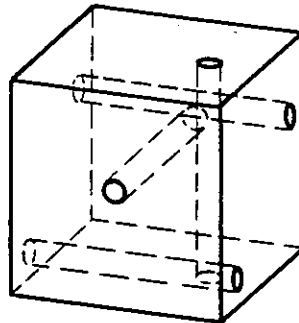


Abb. 5: Mikroporenstruktur eines Betonwürfels vereinfacht als Kanalsystem dargestellt.

Betrachtet man einen Würfel mit Kantenlänge 1, so läßt sich aus der Porosität  $\varphi$  und dem mittleren Porendurchmesser die Anzahl der Modellkanäle pro Flächeneinheit (Kanaldichte) berechnen.

Das durch die Poren verursachte Leervolumen im Würfel beträgt  $\varphi \cdot 1^3$ . Ein einzelner Kanal mit Porendurchmesser  $\delta$  beinhaltet ein Volumen  $\frac{\pi \cdot \delta^2}{4} \cdot 1$ . Wird

die Kanaldichte mit  $n$  bezeichnet, so gilt

$$\varphi \cdot l^3 = 3 \cdot n \cdot l^2 \cdot \frac{\pi \cdot \delta^2}{4} \cdot l \quad (27)$$

bzw.

$$n = \frac{4 \cdot \varphi}{3\pi \delta^2} \quad (28)$$

Der Faktor 3 in Gl. (27) berücksichtigt, daß Kanäle in 3 Raumrichtungen orientiert sind. Herrscht nun entlang der Kanäle in einer Raumrichtung ein Druckgefälle, so wird Gas durchströmen.

Geht man von laminaren Strömungsverhältnissen aus, so gilt - isotherme Verhältnisse vorausgesetzt - für den Gasfluß durch einen einzelnen Kanal mit Durchmesser  $\delta$  (Hagen-Poiseuillesche Gleichung für kompressible Medien, siehe etwa /2/):

$$Q = - \frac{\pi \cdot \delta^4}{256 \cdot \eta \cdot R \cdot T} \cdot \frac{P_a^2 - P_o^2}{l} \quad (30)$$

bzw. mit  $P_a + P_o = 2 \bar{P}$ ,  $P_a - P_o = \Delta p$

$$Q = - \frac{\pi \cdot \delta^4}{128 \cdot \eta \cdot R \cdot T} \cdot \bar{P} \cdot \frac{\Delta p}{l} \quad (31)$$

Nun gilt aber Formel (30) nicht für beliebig kleine Kanaldurchmesser<sup>1)</sup>. Nur wenn  $\delta$  groß gegen die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  der Moleküle des Gases ist, kann die Formel verwendet werden.

Wenn  $\lambda$  vergleichbar mit  $\delta$  oder gar groß gegen  $\delta$  ist, gelten andere Gesetzmäßigkeiten. Im Fall  $\lambda \gg \delta$  kann man nicht mehr von viskoser Gasströmung sprechen. Der Transport der Gasmoleküle bzw. Gasatome wird nicht mehr durch das von Stößen der Gasmoleküle miteinander erzeugte makroskopische Phänomen "Reibung" bestimmt, vielmehr spielt hier die Stoßwechselwirkung der Moleküle mit der Kapillarwand die dominierende Rolle. An die Stelle von Gl. (30) tritt hier die sogen. Knudsen-Gleichung /7/:

$$Q = \frac{\delta^3}{6} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{R \cdot T}} \cdot \frac{\Delta p}{l} \quad (32)$$

1) Bemerkte sei hier, daß es auch eine obere Grenze für  $\delta$  gibt wegen des Umschlags von laminarer in turbulente Strömung.

Charakteristisch für die Knudsenströmung ist, daß  $Q$  nicht mehr vom Druckniveau abhängt; weiterhin geht der Kanaldurchmesser mit  $\delta^3$  in Gl. (32) ein (zum Vergleich  $\delta^4$  in Gl. (30)).

Im dem Falle, daß  $\delta$  in der Größenordnung von  $\lambda$  liegt, verwendet man üblicherweise die sogen. Adzumi-Gleichung, die im wesentlichen die Summe von Gl. (30) und der mit der dimensionslosen "Adzumi-Konstanten"  $\epsilon$  multiplizierten Gl. (32) ist (siehe /6/).

$$Q = - \left\{ \frac{\pi \cdot \delta^4}{128 \cdot \eta \cdot R \cdot T} \cdot \bar{p} + \epsilon \cdot \frac{\delta^3}{6} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{R \cdot T}} \right\} \cdot \frac{\Delta p}{\ell} \quad (33)$$

Im Falle einatomiger Gase wie beispielsweise Helium ist  $\epsilon \approx 0,9$ . Man macht im übrigen keinen großen Fehler, wenn man Gl. (33) generell benutzt. Für große  $\delta$  ist nämlich das zweite Glied in (33) zu vernachlässigen. Für  $\delta \rightarrow 0$  ergibt sich Gl. (33) zu  $Q = \epsilon \cdot \frac{\delta^3}{6} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{R \cdot T}} \cdot \frac{\Delta p}{\ell}$ , ist also bis auf den Faktor  $\epsilon$  mit Gl. (32) identisch.

Eingeflochten sei hier noch eine kurze Bemerkung, die ein Gefühl für die Größe der mittleren freien Weglänge vermitteln soll. Für Helium bei  $T = 20^\circ \text{C}$  gilt /8/:

$$\lambda = \frac{1,9 \cdot 10^{-2}}{p [\text{Pa}]} \quad [\text{m}]$$

Wählt man  $p = 10 \text{ bar} = 10^6 \text{ Pa}$ , so ergibt sich  $\lambda$  zu  $1,9 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ .

Rechnet man im internationalen m, kg, sec, A - System, so hat  $Q$  die Einheit kg/sec. Ähnlich wie in Kap. 2.1, 2.2 läßt sich eine Flußgröße  $\tilde{Q} = Q \cdot R \cdot T$  einführen

$$\tilde{Q} = - \frac{\bar{p}}{\eta} \cdot \left( \frac{\pi \delta^4}{128} + \epsilon \cdot \eta \cdot \frac{\delta^3}{6 \bar{p}} \cdot \sqrt{2\pi R \cdot T} \right) \cdot \frac{\Delta p}{\ell} \quad (34)$$

Gl. (34) bzw. Gl. (33) beziehen sich auf den Gasfluß durch einen einzigen Kanal. Um den durch die Flächeneinheit durchtretenden Fluß zu erhalten, ist Gl. (34) mit der Kanaldichte zu multiplizieren (Gl. (28)). Mit der Bezeichnung  $\tilde{q} = n \cdot \tilde{Q}$  erhält man ( $\tilde{q}$  hat die Einheit  $\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{sec}} \cdot \frac{1}{\text{m}^2}$ ):

$$\tilde{q} = - \frac{\bar{p}}{\eta} \cdot \left( \frac{\varphi \cdot \delta^2}{96} + \frac{2}{9} \cdot \epsilon \cdot \eta \cdot \varphi \cdot \frac{\delta}{\bar{p}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{\pi}} \right) \cdot \frac{\Delta p}{\ell} \quad (35)$$

Die in Klammern stehende Summe wird als Permeabilität  $B_0$  bezeichnet. Sie ist hier über ein einfaches Modell theoretisch hergeleitet worden. Kompliziertere Modelle zur Berechnung von Permeabilitäten, die Porendurchmesserverteilungen (anstelle eines mittleren Porendurchmessers) und sog. Umwegfaktoren berücksichtigen, findet man etwa in /5/ und /6/.

$$B_0 = \alpha + \frac{\beta}{p}$$

$$\alpha = \frac{\varphi \cdot \delta^2}{96} \quad \beta = \frac{2}{9} \cdot \epsilon \cdot \eta \cdot \varphi \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{\pi}} \quad (36)$$

Die Verallgemeinerung der anhand einer eindimensionalen modellhaften Überlegung gewonnenen Gl. (35) schreibt sich

$$\tilde{q} = - \frac{1}{\eta} \cdot (\alpha \cdot p + \beta) \cdot \text{grad } p \quad (37)$$

bzw., falls  $\alpha$  und  $\beta$  örtlich nicht variieren, mit  $\zeta = (p + \frac{\beta}{\alpha})^2$ :

$$\tilde{q} = - \frac{\alpha}{2\eta} \cdot \text{grad } \zeta \quad (38)$$

Die allgemeine dreidimensionale Permeation nichtadsorbierbarer Gase in porösen Medien wird durch die folgende Massenbilanzgleichung beschrieben, wobei  $\zeta$  im isothermen Fall durch Gl. (4) mit dem Druck verknüpft ist

$$\varphi \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\alpha}{2 \cdot \eta \cdot R \cdot T} \cdot \text{div grad } \zeta \quad (39)$$

In stationären Fällen reduziert sich (39) auf die Laplace-Gleichung

$$\text{div grad } \zeta = 0 \quad (40)$$

### 3.2 Stationäre Heliumpermeation in Beton für verschiedene Geometrien

Im folgenden werden zwei spezielle Permeationsprobleme behandelt. Zuerst wird auf die stationäre radiale Ausbreitung von Helium, ausgehend von einem kleinen Leck, eingegangen. Anschließend wird der Heliumstrom in eine dicht unter einer Betonoberfläche ausgebildete Röhre (Dränagerohr) berechnet.

### 3.2.1 Die stationäre radiale Ausbreitung von Helium in Beton

Ausgehend von einem kleinen Leck im Liner dringt Helium in den Beton ein, wobei man sich die Betonmasse um das Leck herum als halbkugelförmig ausgebildet denkt. Das Leck wird kreisförmig vorausgesetzt, wobei angenommen wird, daß aus dem Beton zusätzlich (zur Vereinfachung der Rechnung) eine kleine Halbkugel mit gleichem Radius wie das Leck entfernt ist.

Zwischen Liner und Beton soll sich kein Spalt befinden, d.h. der Liner-Beton-Verbund ist vollkommen ausgebildet.

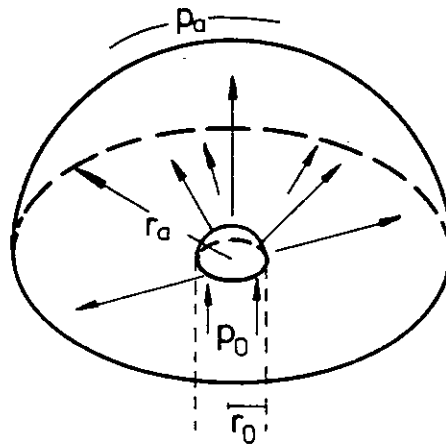


Abb. 6: Stationäre radiale Ausbreitung von Helium in einer Betonhalbkugel

Zur Bestimmung des Heliumflusses wird ausgenutzt, daß durch jede Halbkugelfläche ( $r_0 \leq r \leq r_a$ ) unter stationären Bedingungen der gleiche Massenstrom durchtritt.

Es gilt folglich

$$\tilde{Q} = - 2\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{2\eta} \cdot \frac{dS}{dr} \quad (41)$$

Integration von (41) in den Grenzen  $r_0$  und  $r_a$  liefert

$$\frac{\eta \cdot \tilde{Q}}{\pi \cdot \alpha} \cdot \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_0} \right) = S_a - S_0 \quad (42)$$

Es folgt für  $\tilde{Q}$

$$\tilde{Q} = - \frac{\pi \cdot \alpha}{\eta} \cdot \tau_a \cdot \tau_o \cdot \frac{\zeta_a - \zeta_o}{\tau_a - \tau_o} \quad (43)$$

bzw. unter Verwendung von  $\zeta = (p + \frac{\beta}{\alpha})^2$

$$\tilde{Q} = - \frac{2\pi}{\eta} \cdot \tau_a \cdot \tau_o \cdot (\alpha \cdot \bar{p} + \beta) \cdot \frac{\Delta p}{\tau_a - \tau_o} \quad (44)$$

mit  $\bar{p} = \frac{p_a + p_o}{2}$ ,  $\Delta p = p_a - p_o$

Aus Gleichung (44) kann der Gasfluß (in  $\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{sec}}$ ) errechnet werden, der vom Leckort zur Umgebung strömt.

Man erkennt, daß im Falle  $r_o \ll r_a$   $\tilde{Q}$  praktisch unabhängig vom Außenradius  $r_a$  ist.

$$\tilde{Q} = - \frac{2\pi}{\eta} \cdot \tau_o \cdot (\alpha \cdot \bar{p} + \beta) \cdot \Delta p \quad (\tau_o \ll \tau_a) \quad (45)$$

Bei einer Leckgröße im Millimeterbereich ist ein Außendurchmesser im Zentimeterbereich praktisch äquivalent einem unendlich großen Radius.

Konkret bedeutet diese Feststellung folgendes: Schmiegt sich der Liner in einer kleinen Umgebung des Lecks vollkommen an den Beton an, so wird die Ausbreitung des Heliums durch Gleichung (45) bestimmt, auch wenn jenseits dieser Umgebung große Spaltweiten zwischen Liner und Beton auftreten sollten.

Abb. 7 zeigt im Falle  $r_o \ll r_a$   $\tilde{Q}$  (Gl. 45) für Helium von 60° C als Funktion des Druckes am Leckort. Der mittlere Porenradius  $\delta$  fungiert als Scharparameter,  $r_o$  ist zu  $r_o = 2 \text{ mm}$  angenommen.

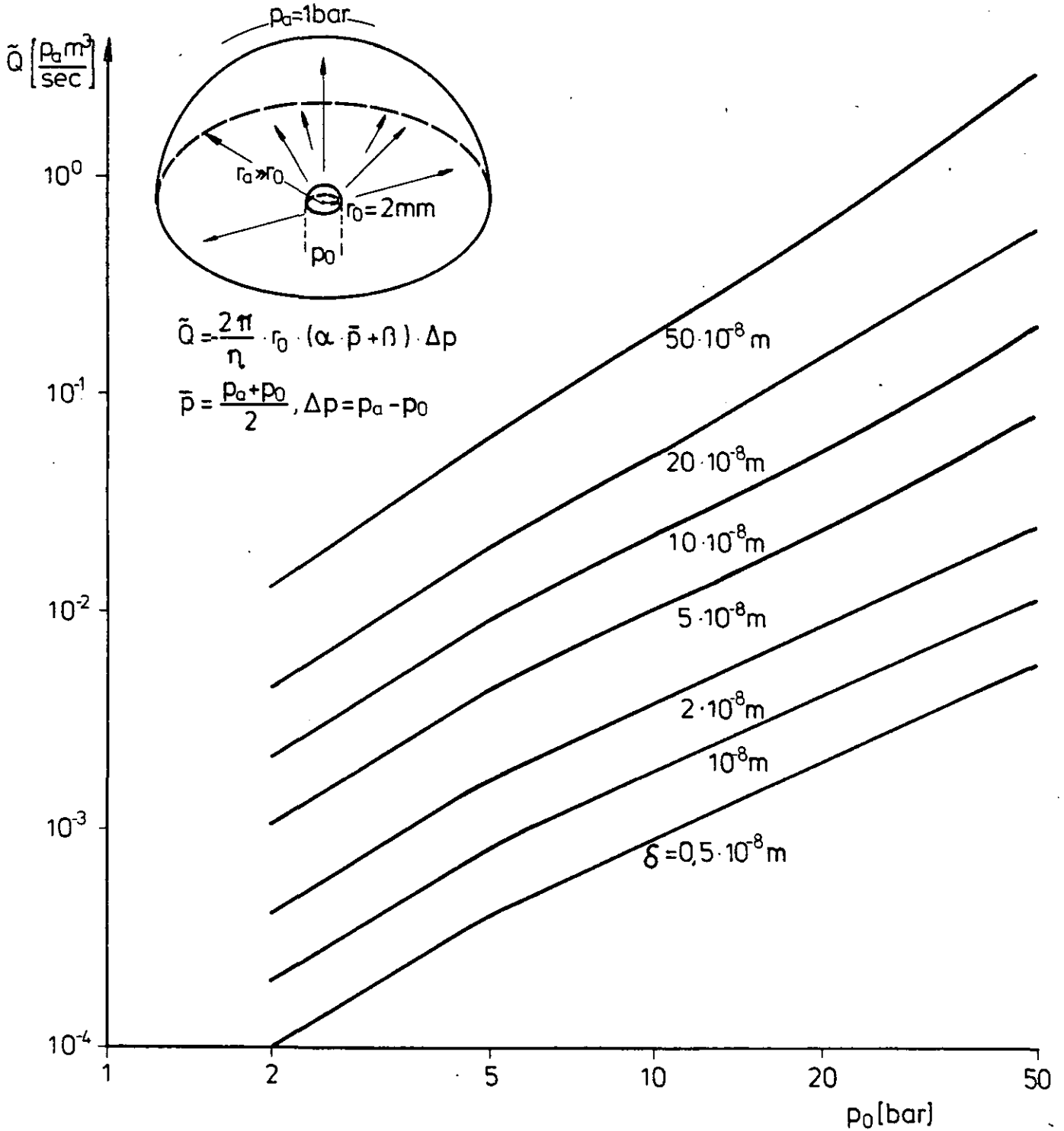


Abb. 7: Heliumpermeationsrate bei radialer Ausbreitung. Leckradius  $r_0 = 2 \text{ mm}$   
 $r_a \gg r_0$ , Heliumtemperatur =  $60^\circ \text{C}$  ( $\eta = 2,14 \cdot 10^{-5} \text{ Pasec}$ ), mittlerer  
 Porendurchmesser  $\delta$  als Scharparameter.

### 3.2.2 Heliumpermeation in eine dicht unter einer Betonoberfläche ausgebildete Röhre

Betrachtet wird im folgenden ein unendlich ausgedehnter mit Beton gefüllter Halbraum, unter dessen Oberfläche ( $y$ - $z$ -Ebene) eine zu ihr parallele Röhre (Dränagerohr) ausgebildet ist (siehe Abb. 8).

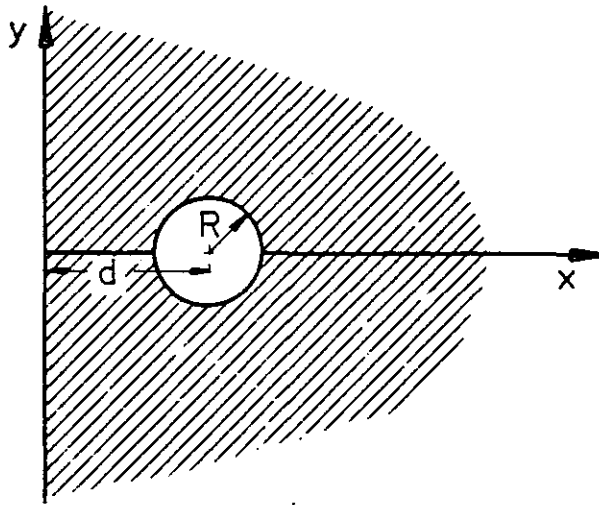


Abb. 8: Oberflächennah ausgebildete Dränageröhre in einem den Halbraum  $x \geq 0$  ausfüllenden Betonkörper.

Der Abstand der Röhrenachse von der Oberfläche sei  $d$ , ihr Radius sei  $R$ . Innerhalb der Röhre werde ein Gasdruck  $P_a$  aufrechterhalten, während gleichzeitig an der Oberfläche  $x = 0$  ein Gasdruck  $P_0$  herrschen möge. Es sollen die Druckverhältnisse in der Rohrumgebung und die stationäre Permeationsrate bestimmt werden.

Das vorliegende Problem ist analytisch mittels funktionstheoretischen Methoden lösbar. Analogien existieren etwa in der Wärmeleitung (Kühl- oder Heizrohr unter einer Oberfläche, siehe /9/).

Zu lösen ist die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = 0 \quad (46)$$

unter den Randbedingungen  $\zeta = \zeta_0$  für  $x = 0$  und  $\zeta = \zeta_a$  auf der Peripherie des Kreises mit Mittelpunktabstand  $d$  von der  $y$ -Achse und Radius



Zur Lösung des Problems greift man auf den folgenden Satz aus der Funktionentheorie zurück: (siehe etwa /9/): Sei  $\xi + i\eta = f(x+iy)$  eine Abbildung der  $\xi, \eta$ -Ebene auf die  $x, y$ -Ebene und sei weiterhin  $\tilde{f} = \tilde{f}(\xi, \eta) \equiv f(x, y) = f$  eine Funktion derart, daß

$$\frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial \eta^2} = 0 \quad (47)$$

dann gilt auch

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \quad (48)$$

Betrachtet werde nun die folgende Abbildung

$$\xi + i\eta = i \cdot \ln \left[ \frac{(x+c) + iy}{(x-c) + iy} \right] \quad (49)$$

Eine Auflösung nach Real- und Imaginärteil liefert

$$\xi = \psi' - \psi \quad (50)$$

und

$$\eta = \ln \frac{r}{r'} \quad (51)$$

wobei die Bedeutungen von  $r, r', \psi, \psi'$  aus der Abbildung 9 folgen

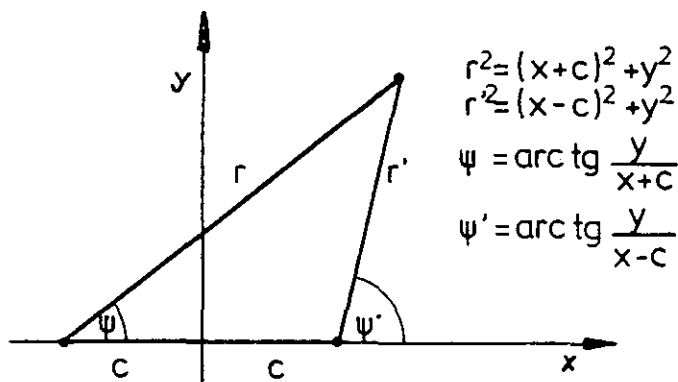


Abb. 9: Zur Definition der Größen  $r, r', \psi, \psi'$

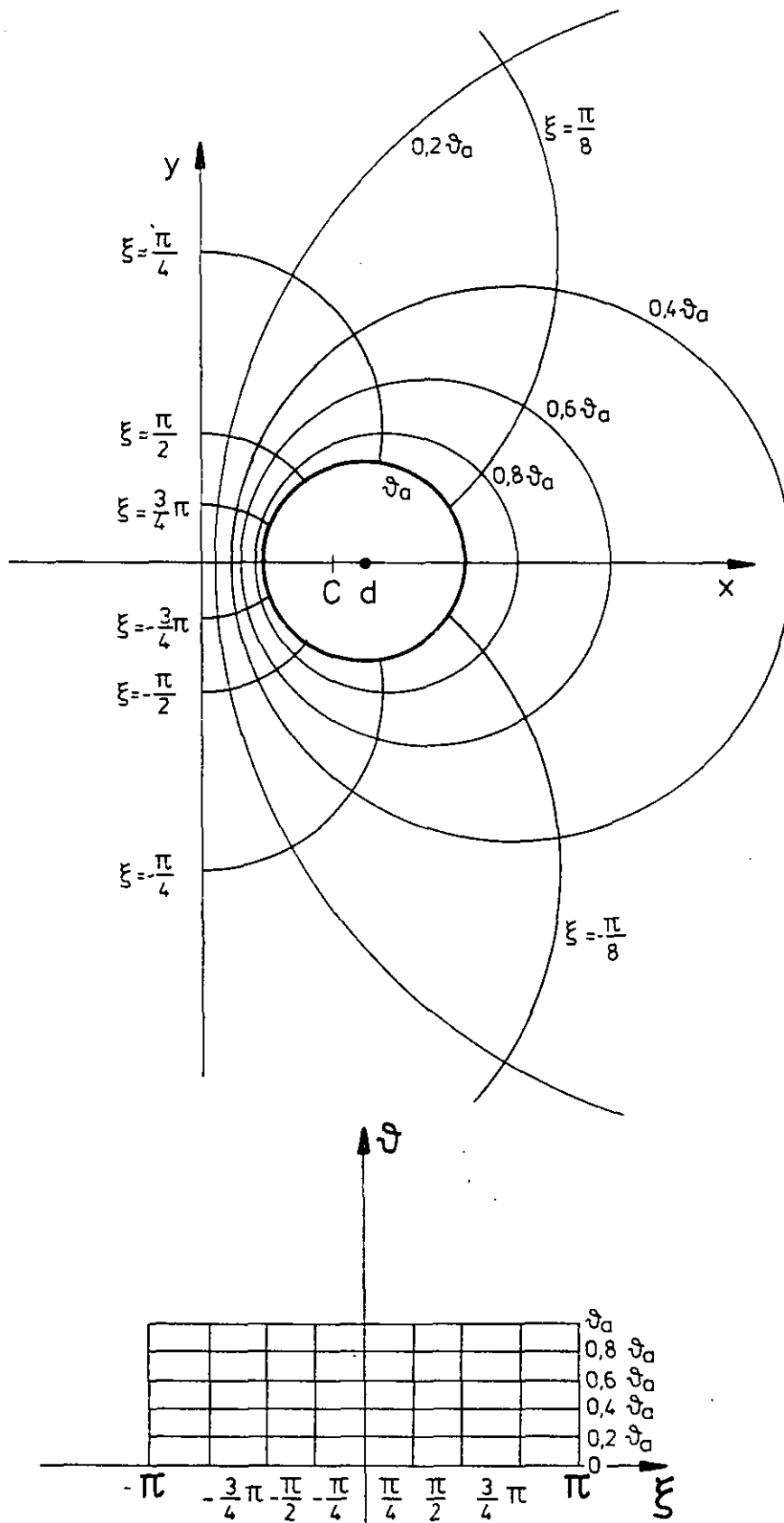


Abb. 10: Abbildung des Bereiches  $(-\pi \leq \xi \leq \pi ; 0 \leq \eta \leq \eta_a)$  der  $(\xi, \eta)$ -Ebene auf die gelochte Halbebene  $x > 0$  der  $(x, y)$ -Ebene

Die Linien  $\zeta = \text{const}$  und  $\eta = \text{const}$  ergeben sich als ein System von Kreisen und Kreisbögen in der  $x$ - $y$ -Ebene (siehe Abb. 10). Bei geeigneter Wahl des Parameters  $c$  lassen sich ein vorgegebener Kreis mit Radius  $R$  und Mittelpunktabstand  $d$  von der  $y$ -Achse und die  $y$ -Achse jeweils in Linien  $\eta = \text{const}$  überführen.  $c$ ,  $d$  und  $R$  hängen dabei folgendermaßen voneinander ab

$$c = \sqrt{d^2 - R^2} \quad (52)$$

Die Kreislinie wird durch den Parameter  $\eta_a$  beschrieben

$$\eta_a = \ln \left[ \frac{d + \sqrt{d^2 - R^2}}{R} \right] \quad (53)$$

Für die  $y$ -Achse gilt  $\eta = 0$ .

Betrachtet werde nun die Funktion  $\tilde{\zeta} = A \cdot \eta + B$  mit den Randbedingungen  $\tilde{\zeta} = \zeta_0$  für  $\eta = 0$  und  $\tilde{\zeta} = \zeta_a$  für  $\eta = \eta_a$ , die eine Lösung der Diff.-Gl. (47) ist.

Für  $A$  und  $B$  folgt

$$A = \frac{\zeta_a - \zeta_0}{\eta_a} \quad B = \zeta_0,$$

so daß die Funktion  $\tilde{\zeta}$  folgende Gestalt annimmt

$$\tilde{\zeta} = \frac{\zeta_a - \zeta_0}{\eta_a} \cdot \eta + \zeta_0 \quad (54)$$

Setzt man in (54)  $\eta$  aus (51) ein, so erfüllt die Funktion  $\zeta(x, y) \equiv \tilde{\zeta}(\eta)$  gemäß dem eben angeführten Satz die Differentialgleichung (46):

$$\zeta = \frac{\zeta_a - \zeta_0}{\ln \left[ \frac{d + \sqrt{d^2 - R^2}}{R} \right]} \cdot \ln \left[ \frac{\sqrt{(x + \sqrt{d^2 - R^2})^2 + y^2}}{\sqrt{(x - \sqrt{d^2 - R^2})^2 + y^2}} \right] + \zeta_0 \quad (55)$$

Sie erfüllt ebenfalls die Randbedingungen. Setzt man nämlich in (55)  $x=0$  ein, so gilt für alle  $y$   $\zeta = \zeta_0$ , entsprechend gilt für alle Paare  $(x, y)$  auf der Kreislinie  $\zeta = \zeta_a$ .

Die Funktion (55) beschreibt somit das Druckfeld  $(\zeta = (p + \frac{\beta}{\alpha})^2)$ , siehe Gl. (37), (38)) in der Halbebene  $x > 0$ .

Den Gasfluß  $\tilde{Q}^*$ , der pro Einheitslänge der Röhre einströmt, erhält man, indem man  $-\frac{\alpha}{2\eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x}$  (siehe Gl. (38)) längs der y-Achse integriert:

$$\tilde{Q}^* = -\frac{\alpha}{2\eta} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot dy = -\frac{\alpha}{2\eta} \cdot \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot dy \quad (56)$$

Das Integral (56) läßt sich im übrigen mittels funktionentheoretischer Methoden recht einfach auswerten. Man faßt dazu  $\tilde{\xi}$  nach Gl. (54) als Imaginärteil einer komplexen analytischen Funktion  $\tilde{\xi}^*(\xi, \vartheta)$  auf, die folgendermaßen aufgebaut ist

$$\tilde{\xi}^*(\xi, \vartheta) = \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \cdot (\xi + i\vartheta) + i\xi_0 \quad (57 a)$$

Über die Abbildung nach Gl. (49) bzw. (Gl. (50), (51)) ergibt sich dann eine ebenfalls komplexe analytische Funktion  $\tilde{\xi}^* \equiv \tilde{\xi}^*$  in den Variablen x und y

$$\tilde{\xi}^*(x, y) = \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} (\xi(x, y) + i\vartheta(x, y)) + i\xi_0 \quad (57 b)$$

Gemäß den Cauchy-Riemannschen Diff.-Gleichungen (siehe etwa /10/) gilt nun

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = -\frac{\partial \xi}{\partial y}, \text{ so daß man den Integrand in Gl. (56) ersetzen kann:}$$

$$-\frac{\alpha}{2\eta} \cdot \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \cdot \int \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot dy = \frac{\alpha}{2\eta} \cdot \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \cdot \int \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot dy = \frac{\alpha}{2\eta} \cdot \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \cdot \xi + \text{const} \quad (58)$$

In Gl. (58) ist bewußt das unbestimmte Integral (ohne Grenzen  $-\infty, +\infty$ ) angegeben worden, da hier eine gewisse Vorsicht geboten ist. Die Funktion  $\xi$  nach Gl. (50) ist nämlich auf der x-Achse zwischen Nullpunkt und Kreislinie nicht eindeutig definiert (siehe Abb. 10; sie nimmt aus dem negativen kommend den Wert  $-\pi$ , aus dem positiven kommend den Wert  $+\pi$  an). Man darf somit bei der Bildung bestimmter Integrale nach Gl. (58) den Nullpunkt nicht innerhalb des Integrationsweges liegen haben. Man kann nun aus Symmetriegründen (siehe Abb. 10) Gl. (56) etwas umschreiben, so daß der Nullpunkt nicht mehr auf dem Integrationsweg liegt und somit Gl. (58) verwendet werden kann.

$$\tilde{Q}^* = 2 \cdot \frac{-\alpha}{2\eta} \cdot \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \cdot \int_0^{\infty} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot dy = \frac{\alpha}{\eta} \cdot \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \cdot (\xi_{\infty} - \xi_0) \quad (59)$$

bzw. mit  $\xi_{\infty} = 0$  und  $\xi_0 = \pi$  (siehe auch Abb. 9 und 10)

$$\tilde{Q}^* = -\frac{\alpha \cdot \pi}{\eta} \cdot \frac{\xi_a - \xi_0}{v_a} \quad (60)$$

Mittels  $\bar{p} = (p + \frac{\beta}{\alpha})^2$  und Gl. (53) für  $\tilde{q}_a$  ergibt sich schließlich ( $\bar{p} = \frac{p_a + p_o}{2}$ ,  $\Delta p = p_a - p_o$ )

$$\tilde{q}^* = - \frac{2\pi}{\eta} \cdot \frac{1}{\ln \left[ \frac{d + \sqrt{d^2 - R^2}}{R} \right]} \cdot (\alpha \cdot \bar{p} + \beta) \cdot \Delta p \quad (61)$$

$\tilde{q}^*$  nach Gl. (61) hat die Einheit  $\text{Pa} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{sec}} \cdot \frac{1}{\text{m}}$ . Gl. (61) beschreibt den Gasfluß in eine einzige unter einer Oberfläche vorhandenen Röhre. Wesentlich komplizierter ist die Behandlung der Gaspermeation in ein System paralleler äquidistanter Drainagekanäle /11/, /12/.

Im folgenden Kapitel wird die Heliumpermeation in ein derartiges System unter gewisser Vereinfachung analysiert werden. Eine Verwendung von Formel (61) für die Einströmrates in jede der parallelen Röhren wird einen zu großen Wert liefern, so daß zu deren Abschätzung der im folgenden beschriebene Weg beschritten wird.

Haben die Röhren voneinander den Abstand  $l_1$ , so wird um jede von ihnen ein Bereich  $\pm l_1/2$  abgegrenzt. Sodann wird so gerechnet, als würde in jede der Röhren die auf die Einzelröhre bezogene, aus dem Bereich  $\pm l_1/2$  herrührende Permeationsrate eindringen.

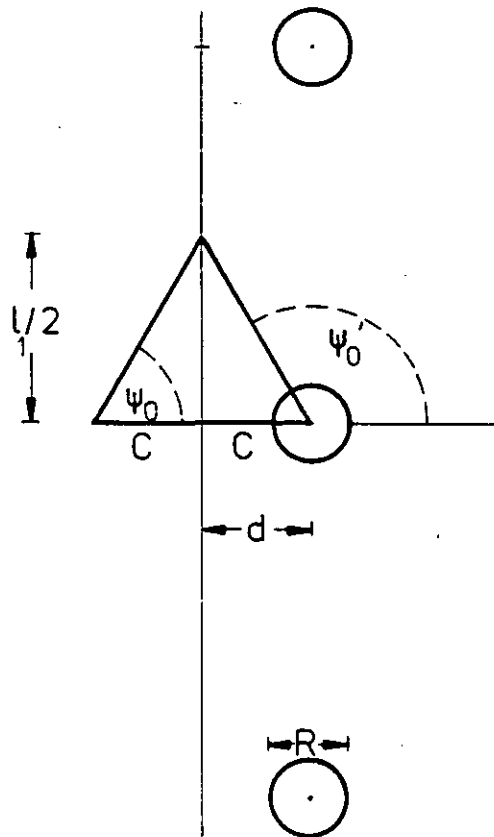
Die so geschätzte Rate kann als Produkt eines Korrekturfaktors und der Gleichung (61) geschrieben werden:

$$\tilde{q}^* = - \frac{\pi - (\psi'_0 - \psi_0)}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{\eta} \cdot \frac{1}{\ln \left[ \frac{d + \sqrt{d^2 - R^2}}{R} \right]} \cdot (\alpha \cdot \bar{p} + \beta) \cdot \Delta p$$

bzw.

$$\tilde{q}^* = - \frac{2 \cdot \arctg \frac{l_1}{2c}}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{\eta} \cdot \frac{1}{\ln \left[ \frac{d + \sqrt{d^2 - R^2}}{R} \right]} \cdot (\alpha \cdot \bar{p} + \beta) \cdot \Delta p \quad (62)$$

In der Abb. 11 ist die Herleitung des Korrekturfaktors verdeutlicht:



$$\psi'_0 = \pi - \arctan \frac{l_1}{2C}$$

$$\psi_0 = \arctan \frac{l_1}{2C}$$

$$\frac{\pi - (\psi'_0 - \psi_0)}{\pi} = \frac{2}{\pi} \cdot \arctan \frac{l_1}{2C}$$

Abb. 11: Herleitung eines Korrekturfaktors zur Abschätzung der Einströmraten in ein System paralleler Dränagerohre.

#### 4. Wirkung eines linernahen Dränagesystems

Während in den Kapiteln 2 und 3 die Phänomene "Strömung im Spalt" und "Permeation durch den Beton" voneinander getrennt betrachtet worden sind, wird jetzt ein Vorgang behandelt, bei dem beide Phänomene gleichzeitig berücksichtigt werden.

Es wird ein sehr langer Linerriß unterstellt, durch den Helium in den Spalt zwischen Liner und Beton und in den Beton selbst eindringt. In Linernähe möge ein System im Beton ausgebildeter Röhren angeordnet sein, wobei die Röhrenachsen parallel zum Riß sind (Rohrabstand untereinander  $l_1$ , Abstand der Röhren vom Liner  $l_2$ ). Es soll nun untersucht werden, wieviel Helium in die Röhren gelangt und welche Mengen entlang des Liner-Betonspalts abfließen.

Die Rechnungen zur Ermittlung der Strömungsraten werden unter gewissen Vereinfachungen vorgenommen. Es wird angenommen, daß das in Wirklichkeit kontinuierlich entlang des Spaltes in den Beton eindringende Gas ohne Massenverlust im Bereich zwischen benachbarten Röhren strömt. Die Einstromung durch den Beton in die Röhren wird diskontinuierlich in Abständen  $l_1$  auf Höhe der Röhren angenommen, wobei zur Bestimmung der Einströmrates auf Gl. (62) zurückgegriffen wird (siehe Abb. 12).

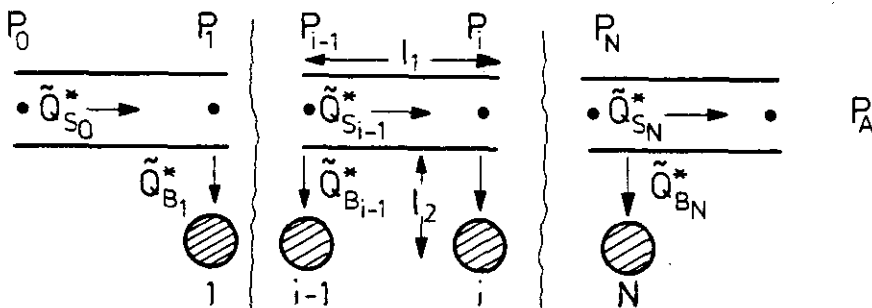


Abb. 12: Gasströme entlang des Spaltes und in die Betonkanäle

Für den im Spalt zwischen der i-ten und (i+1)-ten Röhre herrschenden Gasfluß gilt pro Längeneinheit des Spaltes

$$\tilde{Q}_{Si}^* = \frac{h^3}{12 \cdot \eta \cdot l_1} \cdot (P_i^2 - P_{i+1}^2) \quad (63)$$

Für den Abstrom in die i-te Röhre  $\tilde{Q}_{Bi}^*$  erhält man

$$\tilde{Q}_{Bi}^* = K \cdot \frac{\pi}{\eta} \cdot \left( \alpha + \frac{2\beta}{P_i + P_a} \right) \cdot \frac{1}{\ln \left[ \frac{l_2 + \sqrt{l_2^2 - R^2}}{R} \right]} \cdot (P_i^2 - P_a^2) \quad (64)$$

Mit K ist der Korrekturfaktor aus Gl. (62) bezeichnet,  $P_a$  ist der Umgebungsdruck. Es wird hier angenommen, daß es in den Röhren nicht zu einem Druckaufbau durch das einströmende Gas kommt. Setzt man zur Abkürzung  $A = h^3 / (12 \cdot \eta \cdot l_1)$  und  $B_i = K \cdot \frac{\pi}{\eta} \cdot \left( \alpha + \frac{2\beta}{P_i + P_a} \right) / \ln \left[ \frac{l_2 + \sqrt{l_2^2 - R^2}}{R} \right]$ , so schreiben sich die Gleichungen (63) und (64)

$$\tilde{Q}_{Si}^* = A \cdot (P_i^2 - P_{i+1}^2) \quad (65)$$

$$\tilde{Q}_{Bi}^* = B_i \cdot (P_i^2 - P_a^2) \quad (66)$$

Die Differenz von  $\tilde{Q}_{Si}^*$  und  $\tilde{Q}_{Si-1}^*$  muß nun gerade gleich dem Abstrom  $\tilde{Q}_{Bi}^*$  sein, so daß gilt

$$\tilde{Q}_{Si-1}^* - \tilde{Q}_{Si}^* = \tilde{Q}_{Bi}^* \quad (67)$$

Einsetzen von Gl. (66) liefert

$$\tilde{Q}_{Si}^* = \tilde{Q}_{Si-1}^* - B_i \cdot (P_i^2 - P_a^2) \quad (68)$$

Die Gleichungen (65) und (68) ergeben genau  $2N+1$  Gleichungen für die unbekannten  $\tilde{Q}_{S_0}^*, \dots, \tilde{Q}_{S_N}^*, P_1^2, \dots, P_N^2$ :

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{S_0}^* &= A \cdot (P_0^2 - P_1^2) \\ \tilde{Q}_{Si}^* &= \tilde{Q}_{Si-1}^* - B_i \cdot (P_i^2 - P_a^2) \quad i = 1, N-1 \\ \tilde{Q}_{S_N}^* &= E \cdot (P_N^2 - P_a^2) \text{ mit } \begin{cases} E=A \text{ bei offenem Spalt} \\ E=0 \text{ bei abgeschlossenem Spalt.} \end{cases} \quad (69) \\ P_i^2 &= P_{i-1}^2 - \frac{1}{A} \cdot \tilde{Q}_{Si-1}^* \quad i = 1, N \end{aligned}$$



Das Gleichungssystem läßt sich durch Iteration lösen, wobei im ersten Schritt alle  $B_i = K \cdot \frac{\pi}{\eta} \cdot \left( \alpha + \frac{2\beta}{p_0 + p_a} \right) / \ln[...]$  gesetzt werden.

Die folgenden 12 Abbildungen zeigen Lösungen von Gl. (69) unter Variation verschiedener Parameter. Aus der den Abbildungen vorangehenden Tabelle sind die Parameter zu entnehmen.

Die ersten 4 Abbildungen beziehen sich auf einen zur Umgebung offenen Linerspalt. Gas tritt unter Druck (40 bar) auf der einen Seite in den Spalt ein, dringt zum einen in die Betonkanäle ein und strömt zum anderen am Ende des Spaltes in die Umgebung ab. Die Kanäle mit 3 cm Durchmesser sind 30 cm vom Liner entfernt und haben untereinander einen Abstand von 1 m. Die Länge des Spaltes bzw. des Liners vom Eintritt bis zur Ausströmung in die Umgebung beträgt 11 m. (In der dazu senkrechten Richtung ist der Liner als unendlich ausgedehnt angenommen). Die Betonpermeabilität (bezogen auf  $p = \frac{p_0 + p_a}{2}$ ) wurde zu  $3 \cdot 10^{-17} \text{ m}^2$  und  $4 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$  angesetzt. Die Spaltweite Liner-Beton beträgt 5 und 50  $\mu\text{m}$ .

Im Falle des 5  $\mu\text{m}$ -Spaltes gelangt praktisch alles Gas in die ersten Betonkanäle. Es fließt praktisch nichts zur Umgebung ab. Das gilt sowohl für den durchlässigeren als auch dem weniger durchlässigen Beton.

Für Spaltweiten von 50  $\mu\text{m}$  ändert sich die Situation jedoch grundlegend. Da der Strömungswiderstand des 50  $\mu\text{m}$ -Spaltes erheblich kleiner ist als der des 5  $\mu\text{m}$ -Spaltes, strömen erhebliche Gasmengen entlang des Spaltes zur Umgebung ab.

Die Abbildungen 5a-8a zeigen entsprechende Ergebnisse bei abgeschlossenem Spaltende. Während erwartungsgemäß für den 5  $\mu\text{m}$  die Randbedingung am Austritt keine Rolle spielt, kommt es im Falle des 50  $\mu\text{m}$ -Spaltes zu einem erheblichen Druckaufbau im Spalt. Im Fall des weniger durchlässigen Betons herrscht praktisch entlang des ganzen Spaltes der Einspeisedruck.

In den Abb. 9a-12a sind Betonpermeabilität und Spaltweite konstant gehalten. Variiert wurden geometrische Daten des Röhrensystems. Man erkennt, daß eine dichtere Staffelung der Röhren (Abb. 10a), näher am Liner ausgebildete Röhren (Abb. 11a) und dickere Röhren zum einen etwas höhere Einspeiseraten mit sich bringen und zum anderen den Gasausstrom in die Atmosphäre etwas verringern.

Abb.	Betonpermeabilität <sup>1)</sup> $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	Spaltweite $\mu\text{m}$	Röhrenabstand $l_1$ $\text{m}$	Entf. Röhrenachse- Liner $l_2$ $\text{m}$	Röhrendurchmesser $\text{m}$
1a	$2,96 \cdot 10^{-17}$	5	1,0	0,3	0,03
2a	$3,96 \cdot 10^{-16}$	5	1,0	0,3	0,03
3a	$2,96 \cdot 10^{-17}$	50	1,0	0,3	0,03
4a	$3,96 \cdot 10^{-16}$	50	1,0	0,3	0,03
5a <sup>2)</sup>	$2,96 \cdot 10^{-17}$	5	1,0	0,3	0,03
6a <sup>2)</sup>	$3,96 \cdot 10^{-16}$	5	1,0	0,3	0,03
7a <sup>2)</sup>	$2,96 \cdot 10^{-17}$	50	1,0	0,3	0,03
8a <sup>2)</sup>	$3,96 \cdot 10^{-16}$	50	1,0	0,3	0,03
9a	$1,21 \cdot 10^{-16}$	50	1,0	0,3	0,03
10a	$1,21 \cdot 10^{-16}$	50	1,0	0,15	0,03
11a	$1,21 \cdot 10^{-16}$	50	0,5	0,3	0,03
12a	$1,21 \cdot 10^{-16}$	50	1,0	0,3	0,06

1) bezogen auf  $(p = \frac{p_0 + p_A}{2})$

2) geschlossener Linterspalt

Eingangsdruck  $p_0 = 40 \text{ bar}$ , Heliumtemperatur  $T = 60^\circ \text{ C}$ , Länge des Linterspalts  $11 \text{ m}$ .

Bemerkung: Für Helium von  $60^\circ \text{ C}$  entspricht  $1 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}}$  (bzw.  $1 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{sec}}$ )  $\hat{=} 1,45 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{sec}}$ .

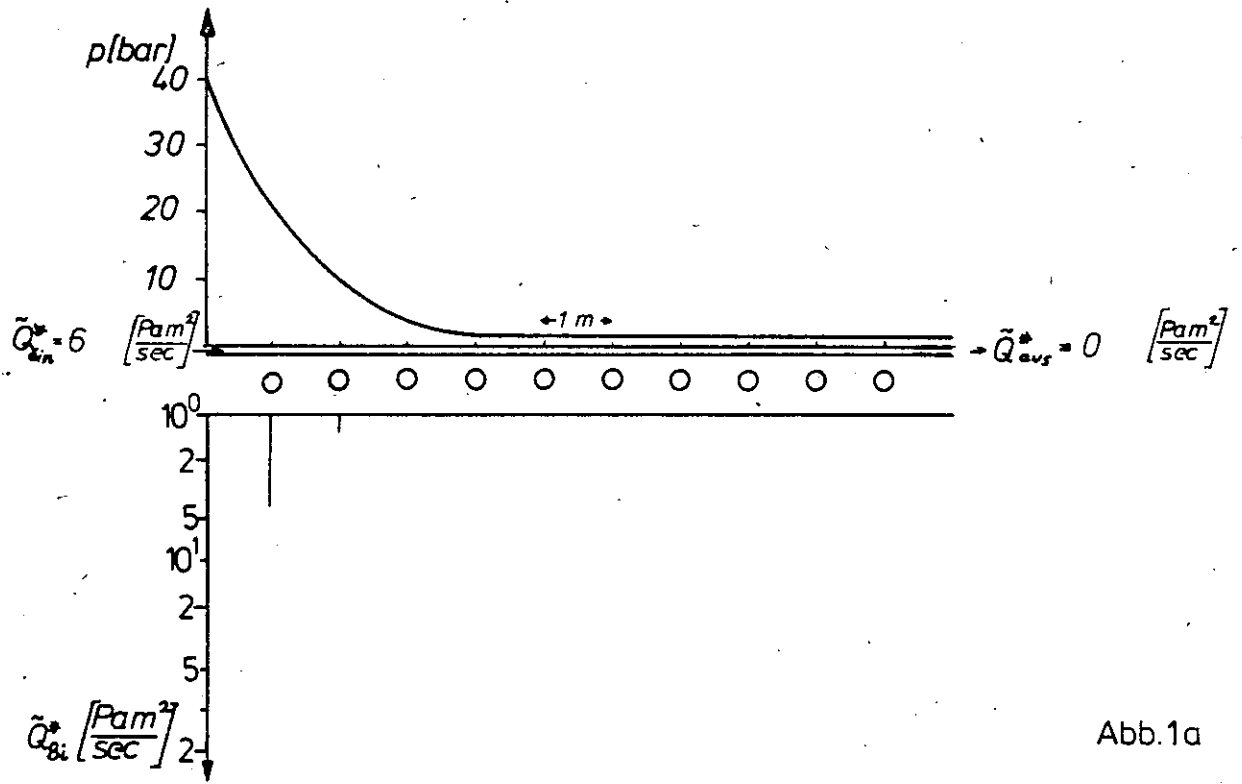


Abb.1a

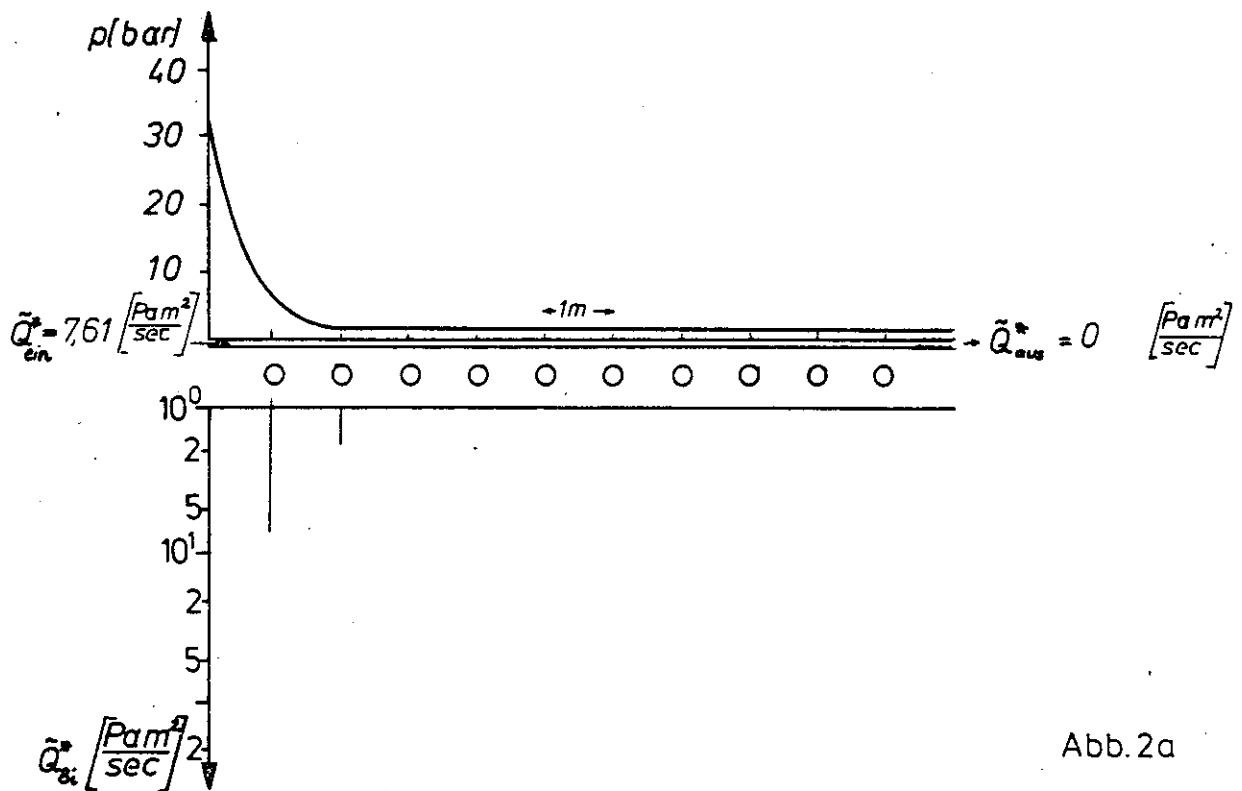


Abb.2a

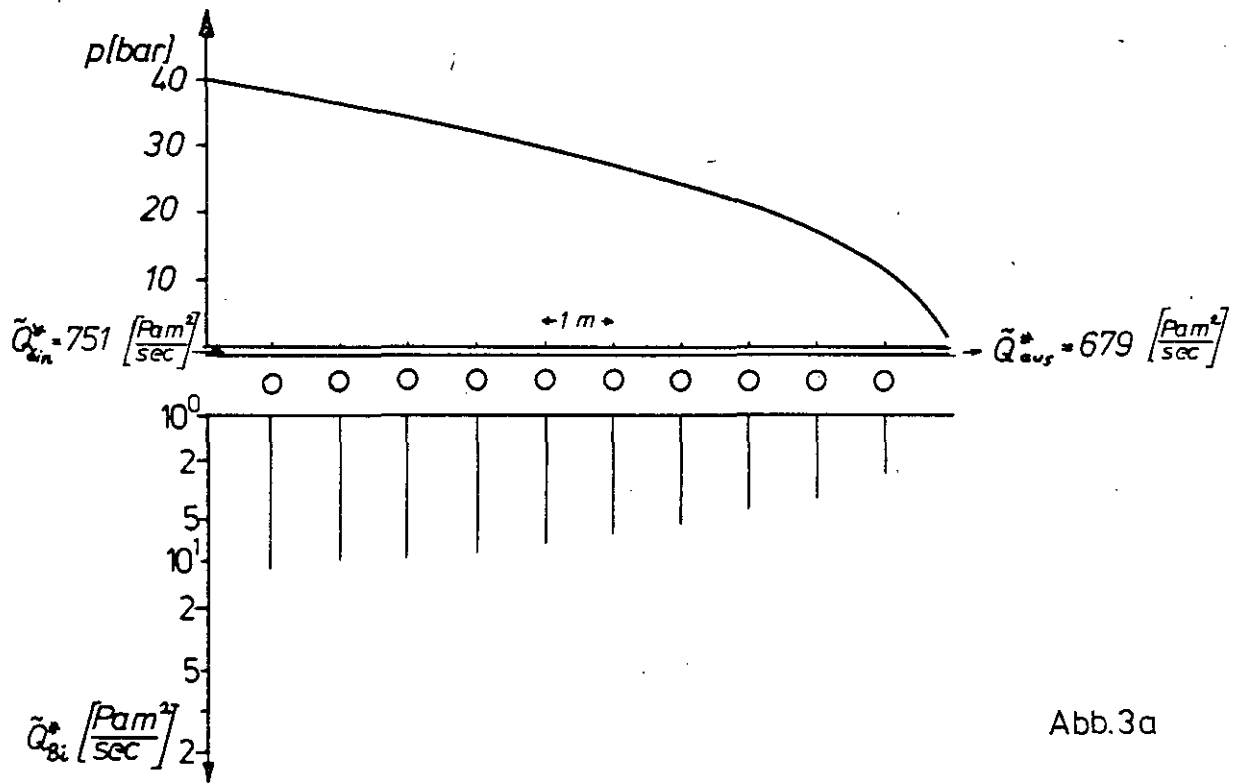


Abb. 3a

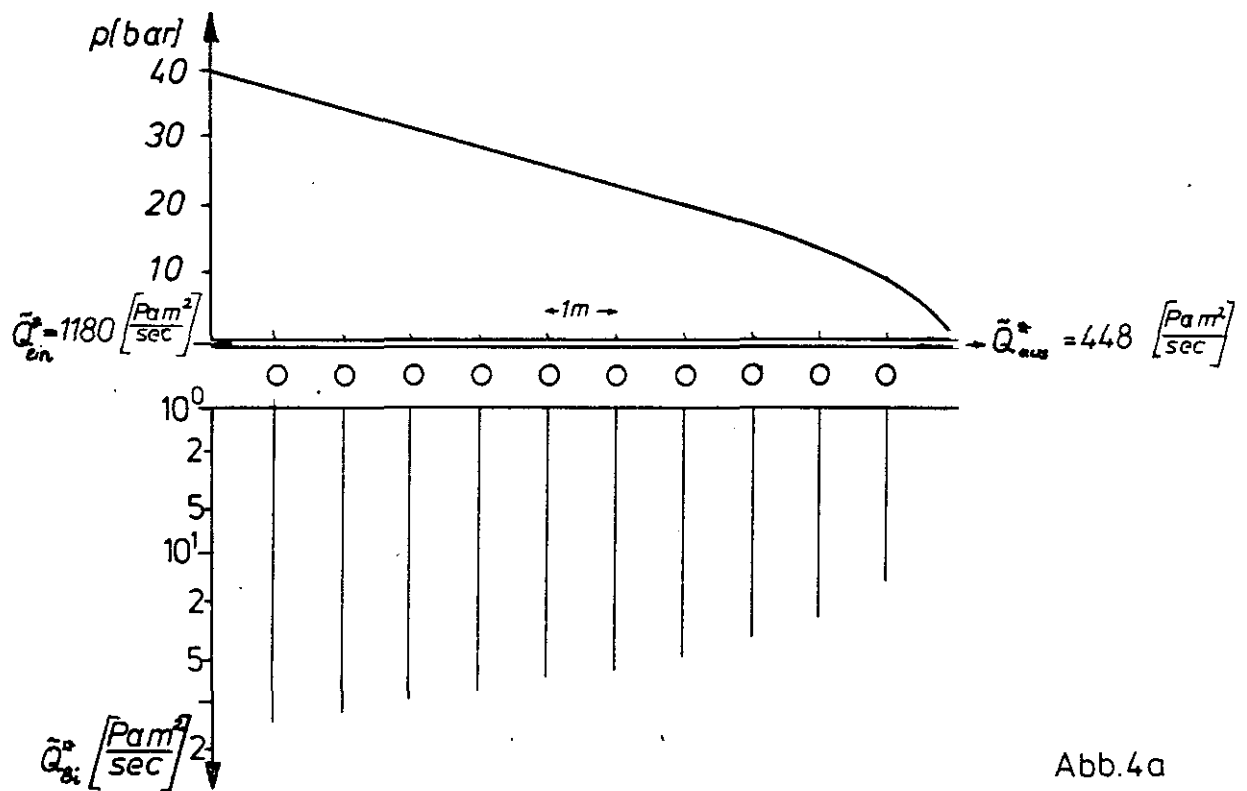


Abb. 4a

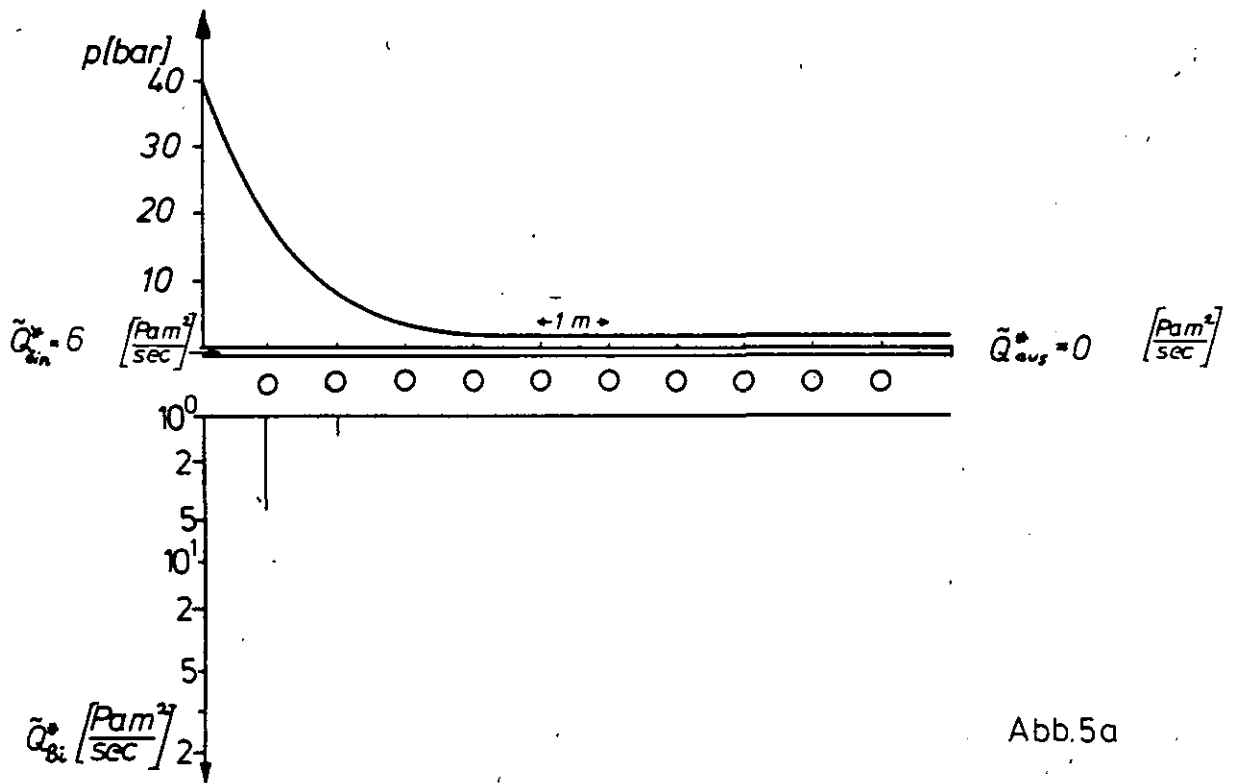


Abb.5a

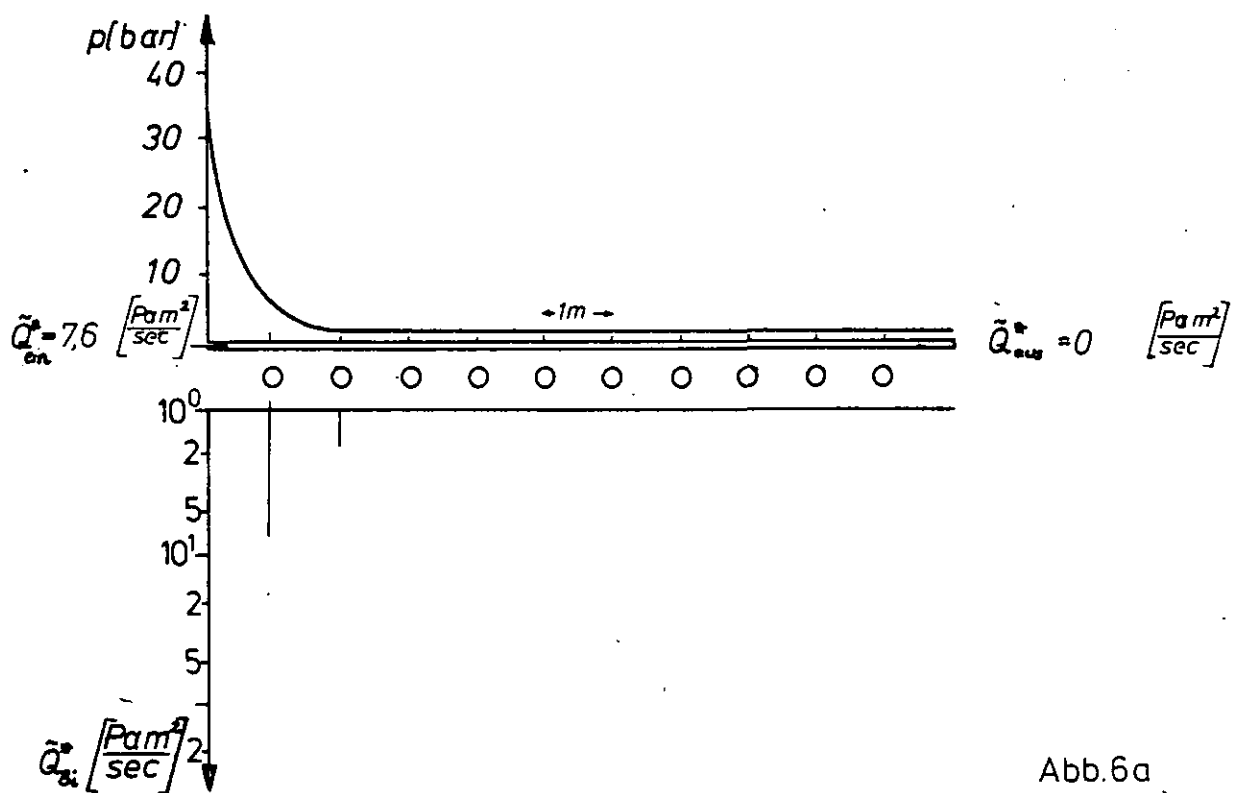


Abb.6a

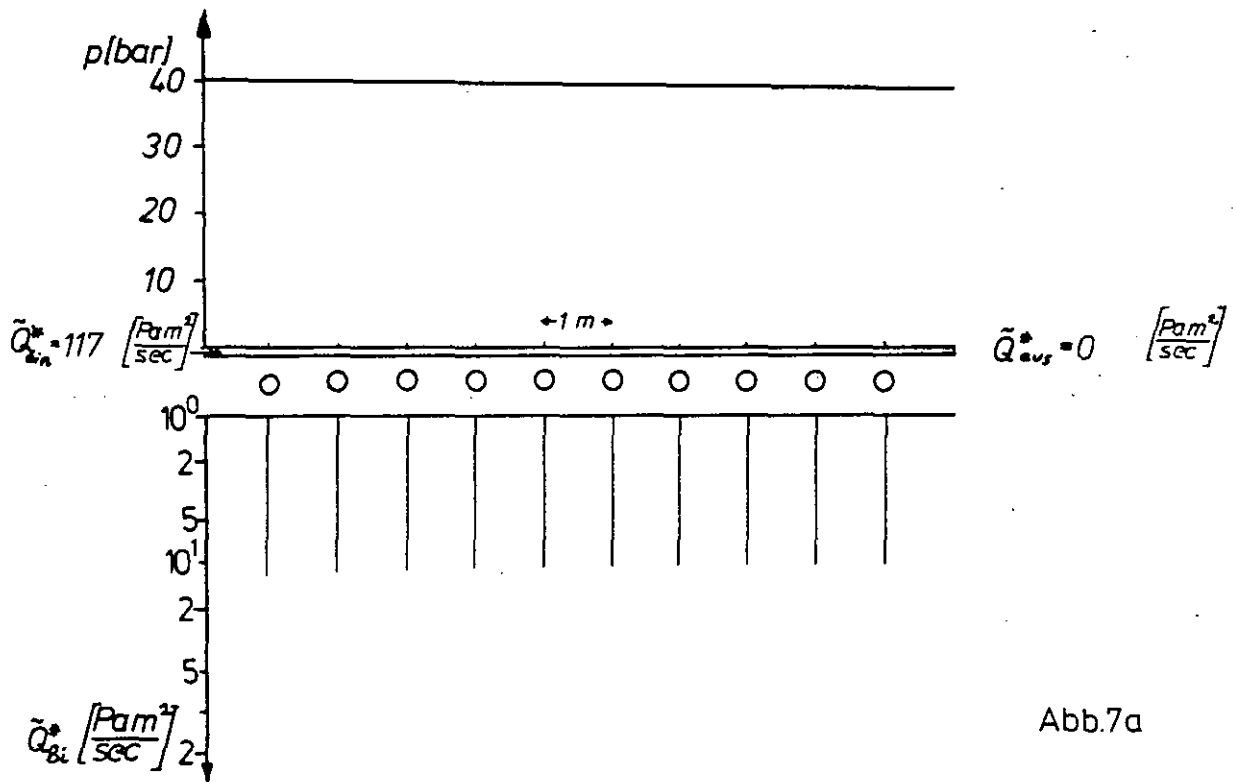


Abb.7a

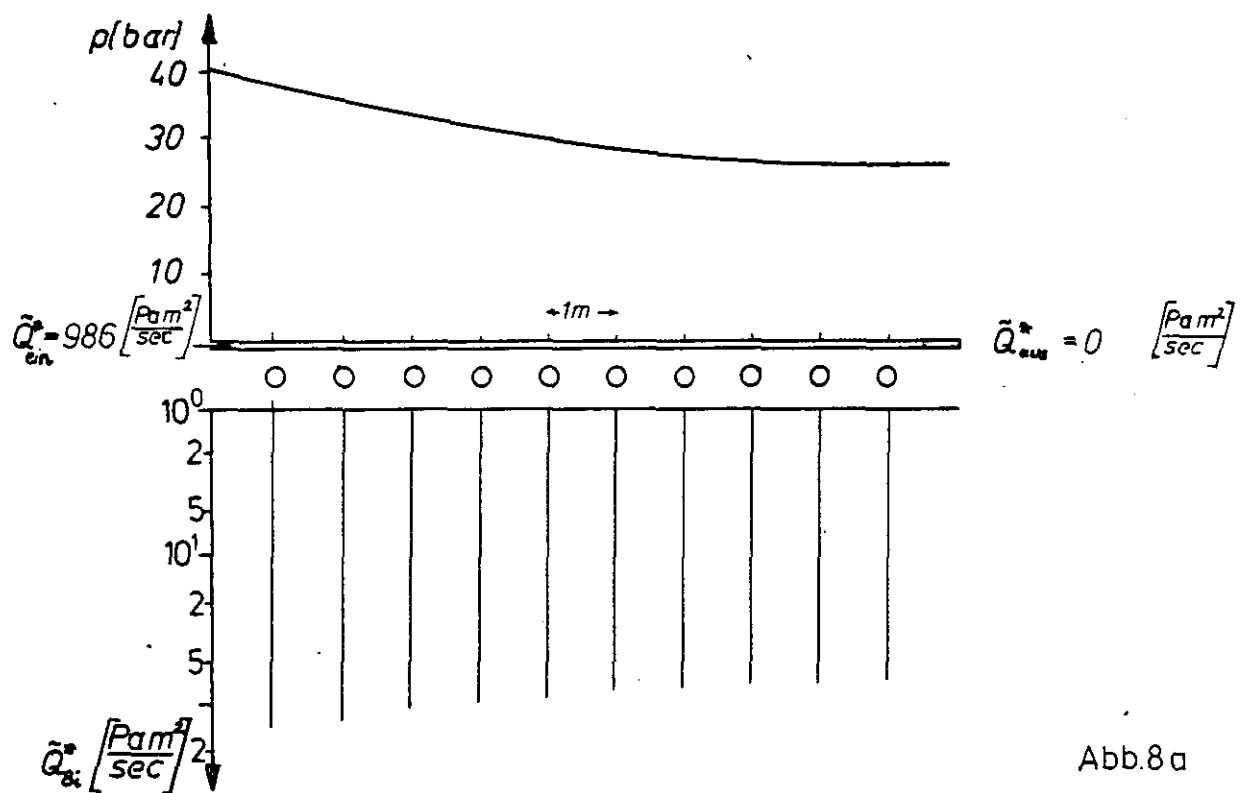


Abb. 8a

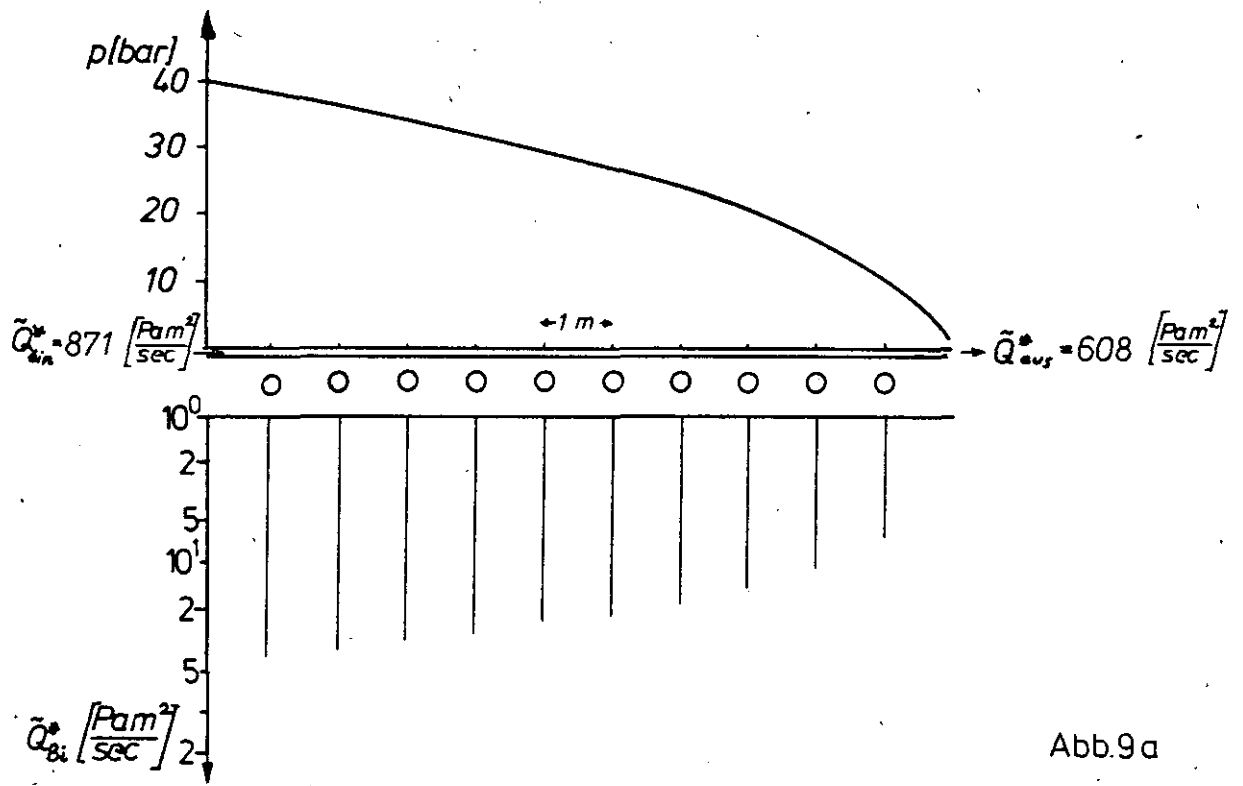


Abb.9a

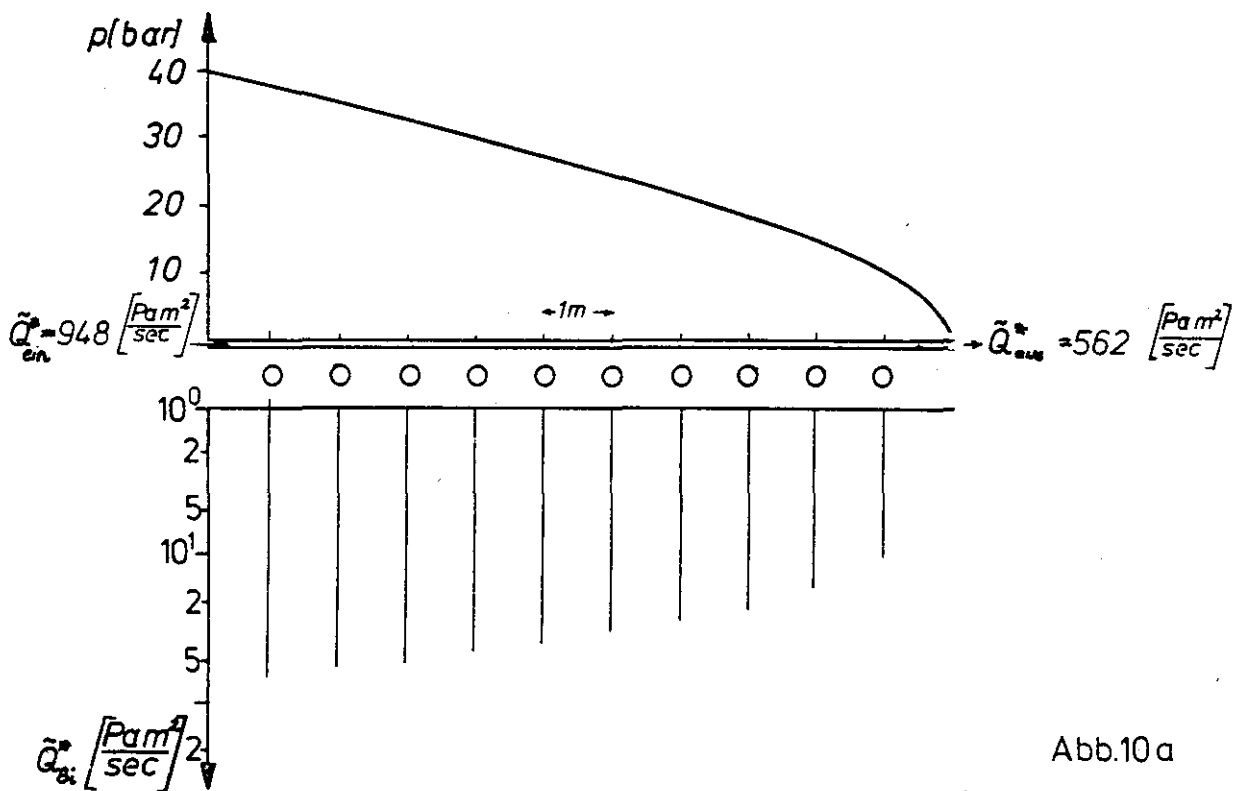


Abb.10a

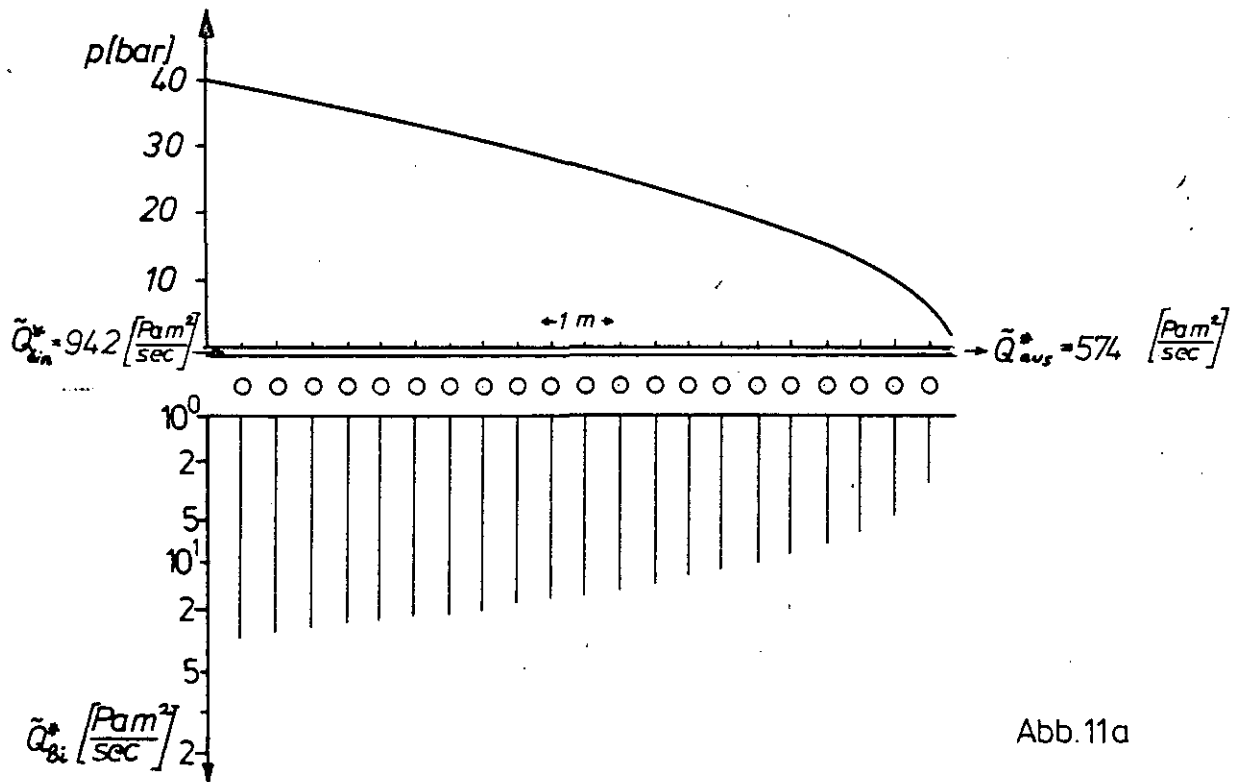


Abb. 11a

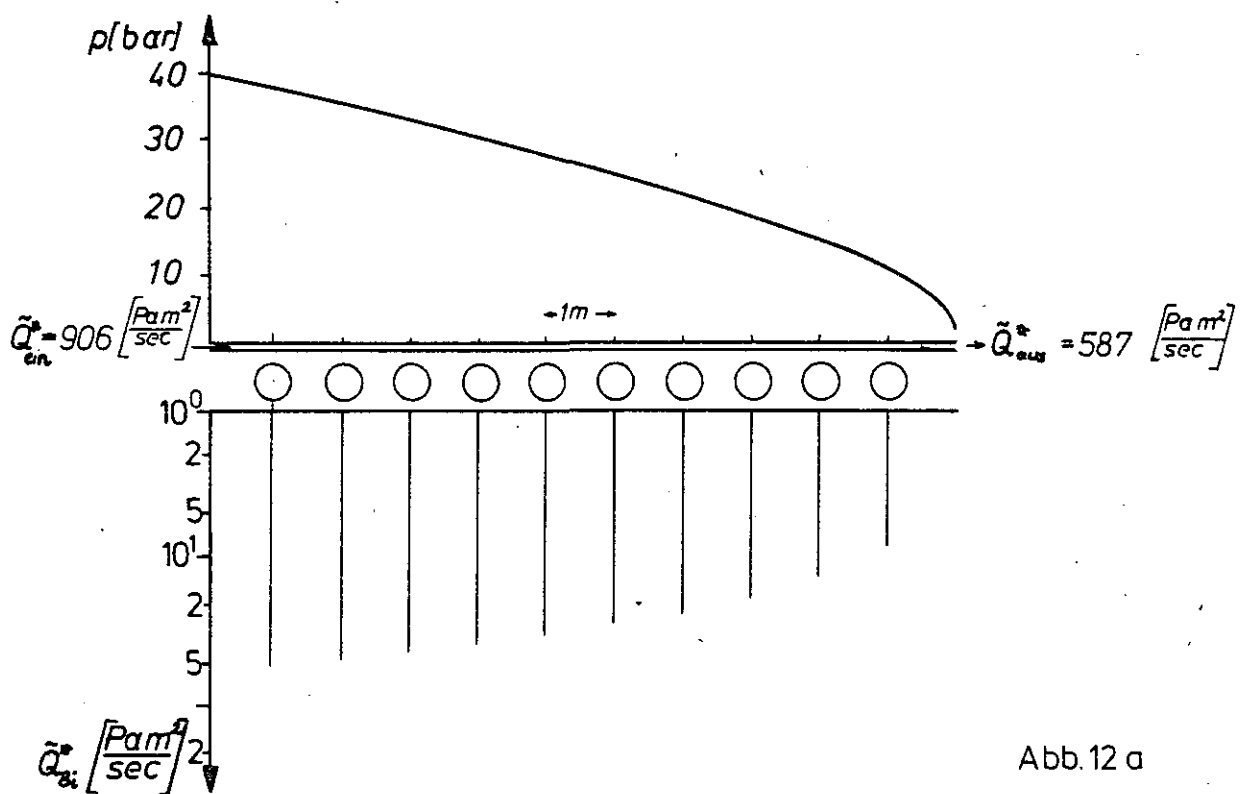


Abb. 12 a



## 5. Experimentelle Ergebnisse für Einströmraten in Linerlecks

An einem der englischen AGR-Reaktoren wurde der den Spannbetonbehälter auskleidende Liner an einigen Stellen mit 6 mm - Bohrungen versehen. In diese Bohrungen wurde  $N_2O$  eingespeist /13/.  $N_2O$  hat gleiche strömungsrelevante Eigenschaften (Dichte, Viskosität) wie das als Kühlmittel im AGR eingesetzte  $CO_2$ . Dem  $N_2O$  waren geringe Beimischungen von  $SF_6$  zugesetzt, das sehr leicht mittels einer Detektionsapparatur nachgewiesen werden kann.

Es wurde in den meisten Fällen festgestellt, daß sich praktisch augenblicklich stationäre Einströmraten einstellten, und daß sich das Gas entlang der Grenzfläche Liner-Beton ausbreitete. Ein großflächiger Druckaufbau hinter dem Liner wurde nicht festgestellt. Das Gas fand in ausreichendem Maße Pfade, um nach außen abzufließen.

Bei 7 bar<sub>abs</sub> Einspeisedruck am Leckort wurden Einspeiseraten im Bereich 0,3-10 l/min (bezogen auf 20° C, 1 bar) gemessen. Die entsprechenden Massenströme betragen  $Q = 9,4 \cdot 10^{-6}$  kg/sec -  $3,1 \cdot 10^{-4}$  kg/sec. Mittels Gleichung (14) kann diesen Strömen eine Spaltweite  $h$  zugeordnet werden. Bei gasdicht vorausgesetztem Beton müßte eine einheitliche Spaltweite  $h$  in der Größenordnung  $h = \left( \frac{12 \cdot Q}{\pi} \cdot \eta \cdot \ln \frac{r_a}{r_o} \cdot \frac{R \cdot T}{p_o^2 - p_a^2} \right)^{1/3}$  zwischen Liner und Beton vorhanden sein, damit die angegebenen Gasflüsse einströmen können.

Setzt man einmal für den Außendurchmesser  $r_a$  ganz roh 1 m ein (wählt man 10 m, so wird wegen der logarithmischen Abhängigkeit das Ergebnis nicht wesentlich geändert), so erhält man für  $h(p_o = 7 \cdot 10^5 \text{ Pa}, r_o = 3 \text{ mm}, \eta = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Pa sec}, R = 189 \text{ J/kgK}, T = 293 \text{ K})$ :

$$\begin{array}{ll} Q = 9,4 \cdot 10^{-6} \text{ kg/sec} & \longrightarrow h = 7,5 \text{ } \mu\text{m} \\ Q = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ kg/sec} & \longrightarrow h = 24 \text{ } \mu\text{m} \end{array}$$

Die Druckabhängigkeit der Einspeiserate  $Q$  im Bereich 1-7 bar<sub>abs</sub> entsprach in etwa  $Q \sim (p^2 - p_{\text{umgebung}}^2)$ , wie es nach den einfachen Modellvorstellungen auch zu erwarten ist.

Weitere experimentelle Untersuchungen zu Linerlecks wurden bei General Atomic (USA) im Rahmen eines Behälterversuchsprogramms durchgeführt /14/. In den Behälterliner war ein Riß mit Abmessungen 305 x 3,2 mm eingebracht worden. Bei einem Innendruck von etwa 49 bar (Stickstoff) wurde ein Gasverlust von 0,013 kg/sec festgestellt.

Um Formel (14) anwenden zu können, wird der Riß in einem Kreis gleichen Umfangs umgewandelt:  $2\pi r_0 = 2 \cdot (305 + 3,2)$   $r_0 = 98$  mm. Setzt man wieder  $r_a = 1$  m, so ergibt sich für die zugeordnete Spaltweite  $h$  ( $p = 49 \cdot 10^5$  Pa,  $r_0 = 98$  mm,  $r_a = 1$  m,  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$  Pasec,  $R = 287$  J/kgK):

$$h \approx 20 \text{ } \mu\text{m}$$

Am Institut für Nukleare Sicherheitsforschung (KFA Jülich) wurde im Zusammenhang mit der Entwicklung eines Linerleckdetektions- und Dränagesystems Linerleckraten an einer ebenen, mit einer linerbekleideten Betonwand bestimmt /15/. Als Testgas wurde Helium verwendet. Bohrungen mit 3 mm Durchmesser dienten als Linerlecks.

Im kalten Zustand schwankten die Einspeiseraten in die Lecks sehr stark. Bei 2 bar<sub>abs</sub> Druck am Leckort bewegten sie sich im Bereich zwischen  $3 \cdot 10^{-11}$  kg/sec und  $3 \cdot 10^{-5}$  kg/sec. Der sehr kleine Wert von  $3 \cdot 10^{-11}$  kg/sec, der durch eine über Tage gehende Druckstandsprobe abgeschätzt wurde, führt bei formaler Anwendung von Formel (14) zu einer Spaltweite  $h = 0,66 \text{ } \mu\text{m}$ . Ein Blick in das Kap. 3.2.1 zeigt, daß hier die radiale Ausbreitung des Heliums vom Leckort in den Beton normalerweise schon Einstörmraten ergibt, die über  $3 \cdot 10^{-11}$  kg/sec ( $= 1,8 \cdot 10^{-5}$  Pam<sup>3</sup>/sec bei 20° C) liegen. Diese sehr kleine Einstörmrate läßt sich dadurch erklären, daß der Beton noch sehr feucht war und die Betonporen bzw. auch die Beton-Liner-Grenzfläche größtenteils mit Wasser zugesetzt waren. Der Wert  $3 \cdot 10^{-5}$  kg/sec führt auf eine mittlere Spaltweite  $h = 66 \text{ } \mu\text{m}$ .

Interessant, jedoch bei genauerer Betrachtung nicht überraschend, ist, daß die Einspeiseraten in Linerlecks mehrere Wochen nach dem Betonverguß lokal um etwa 5 Größenordnungen schwankten.

Nach mehrmaligem linerseitigem Aufheizen auf 70° C und Abkühlen der Wand ergaben sich Einspeiseraten im Bereich  $10^{-6}$  kg/sec -  $5 \cdot 10^{-5}$  kg/sec, was auf rechnerische Spaltweiten 21  $\mu\text{m}$  - 80  $\mu\text{m}$  führt. Das mehrmalige Warmfahren bewirkte zum einen eine Entwässerung von Beton und Beton-Liner-Grenzfläche, zum anderen dürfte der Liner-Beton-Verbund auch durch thermisch induzierte Relativbewegungen von Liner und Betonkörper beeinflußt worden sein. Dadurch stiegen die Einspeiseraten an, wobei vor allem die untere Grenze ( $3 \cdot 10^{-11}$  kg/sec) sich um Größenordnungen nach oben verschob.

## 6. Schluß

Die entwickelten einfachen Modellvorstellungen zur Ausbreitung von Helium bei Linerlecks zeigen, daß vor allem der Liner-Beton-Verbund in der nächsten Umgebung des Lecks die Ausströmraten bestimmt. Ersetzt man das "Strömungspfad-labyrinth" des Heliums in der Liner-Beton-Grenzfläche durch einen Spalt mit mittlerer Spaltweite  $h$ , so ergeben sich die Ausströmraten proportional zu  $h^3$ . Ordnet man experimentell bestimmten Leckraten mittlere Spaltweiten zu, so erhält man Werte im Bereich  $5\text{ }\mu\text{m}$  bis über  $50\text{ }\mu\text{m}$ . Hierbei ist in der benutzten Abschätzformel der Beton als gasdicht vorausgesetzt. Berücksichtigt man die Gasdurchlässigkeit des Betons, so ergibt sich in Zusammenhang mit Rechnungen zur Wirksamkeit eines Dränagesystems, daß bei Spaltweiten um  $5\text{ }\mu\text{m}$  ausströmendes Gas sehr schnell im Beton "versickert". Bei Spaltweiten um  $50\text{ }\mu\text{m}$  ist mit einer großflächigen Ausbreitung in der Liner-Beton-Grenzfläche zu rechnen.

Aussagen über die Gasverluste lassen sich höchstens im Bereich von zwei bis drei Größenordnungen machen. Dabei spielt sicher auch der Zustand des liner-nahen Betons eine Rolle, der hier als rißfrei vorausgesetzt wurde. Geht man von rissigem Beton aus, so sind die in den Beton eindringenden Gasmengen sicher erheblich höher.

## 7. Literatur

- /1 / Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot, E.N.  
Transport Phenomena, Wiley New York 1960
- /2 / Landau, L.D.; Lifschitz, E.M.  
Lehrbuch der theoretischen Physik, Band VI, Hydrodynamik  
Akademie-Verlag Berlin 1966
- /3 / Gröber, Erk, Grigull  
Wärmeübertragung, 3. Aufl.  
Springer-Verlag Berlin 1963
- /4 / Waubke, N.V.  
Transportphänomene in Betonporen, Dissertation  
TH Braunschweig 1966
- /5 / Wolfseher, U.; Gertis, K.  
Isothermer Gastransport in porösen Stoffen aus gaskinetischer Sicht,  
Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 258
- /6 / Scheidegger, A.E.  
The Physics of Flow through Porous Media,  
3. Aufl., University of Toronto Press 1972
- /7 / Timofejew, D.P.  
Adsorptionskinetik, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie  
Leipzig 1967
- /8 / Wutz, M.  
Theorie und Praxis der Vakuumtechnik,  
Vieweg Verlag Braunschweig 1965
- /9 / Carslaw, H.S.; Jaeger, J.C.  
Conduction of Heat in Solids, 2. Aufl. ,  
Clarendon Press Oxford 1959
- /10/ Böhnke, H.; Sommer, F.  
Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen  
3. Auflage, Springer Verlag Berlin 1965
- /11/ Richmond, H.W.  
On the Electrostatic Field of a Plane or Circular Grating formed of Thick  
Rounded Bars, Proc. Lond. Math. Soc. (2), 22, 1924
- /12/ Knight, R.C.; McMullen, B.W.  
The Potential of a Screen of Circular Wires between two Conducting Planes,  
Phil. Mag. (7), 24, 1937

/13/ Hornby, I.W.; Grainger, B.N.

Liner Leak Simulation Tests on Prestressed Concrete Reactor Pressure Vessels,  
Trans. 4th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology,  
Berlin 1979.

/14/ Northup, T.E.

Pressure and Temperature Tests and Evaluation of a Model Prestressed Concrete  
Pressure Vessel,  
General-Atomic-Bericht GA-9673, Sept. 1969

/15/ Breitbach, G.; Nickel, M.

Ergebnisse der ersten Versuche zum Leckortungs- und Dränagekanalsystem,  
Interner Bericht ISF IB 1/80, Januar 1980.

8. Bezeichnungen

A	siehe Gl. (65), (66) und vorangehenden Text	
$B_i$		
$B_o$	Permeabilität	$m^2$
C	siehe Gl. (1), (17)	$kg/(m \cdot sec)$
$C^*$	siehe Gl. (11a)	$Pa^2$
c	Parameter (siehe Gl. (49))	-
d	Entfernung Röhrenachse/y-z Ebene	m
h	Spaltweite	m
l	Kantenlänge	m
$l_1$	Röhrenabstand	m
$l_2$	Entfernung Röhrenachse/Liner	m
n	Kanaldichte	$1/m^2$
N	Anzahl der Dränageröhren	-
$P_o$	Eingangsdruck	Pa
$P_i$	Druck zwischen Liner und Beton in Höhe der i-ten Dränageröhre	Pa
$P_a$	Ausgangsdruck	Pa
$\bar{p}$	$= (P_o + P_a)/2$	Pa
$\Delta p$	$= P_a - P_o$	Pa
$\tilde{q}$	Gasstromdichte	$Pa \cdot m/sec$
Q	Gasmassenstrom	kg/sec
$\tilde{Q}$	Gasstrom	$Pa \cdot m^3/sec$
$\tilde{Q}^*$	Gasstrom pro Längeneinheit	$Pa \cdot m^2/sec$
"	mit Index $B_i$ : Permeationstrom in die i-te Dränageröhre; mit Index $S_i$ : Strom zwischen Liner und Beton im Bereich zwischen i-ter und (i+1)-ter Röhre	
$r, r_o, r_a$	radiale Koordinaten	n
$r, r'$	siehe Abb. 9	m
R	Gaskonstante	$J/(kg \cdot K)$
R	nur Kap. 4: Röhrenradius	m
$R_K$	Kugelradius	m
Re	Reynoldszahl	-
$s, s_o, s_a$	Koordinaten entlang Kugelgroßkreis	m
T	Temperatur	K
$v_r, v_s$	Geschwindigkeit	m/sec
x	Koordinate	m
y	Koordinate	m
z	Koordinate	m

$\alpha$	Summand der Permeabilität	$m^2$
$\beta$	Faktor im Knudsenterm der Permeabilität	$m^2/Pa$
$\delta$	mittlerer Porendurchmesser	$m$
$\epsilon$	Adzumi-Konstante	-
$\xi$	$= (p + \frac{p}{\alpha})^2$	$Pa^2$
$\tilde{\xi}$	$\tilde{\xi}(\xi, \eta) \equiv \xi(x, y)$	$Pa^2$
$\xi^*$	zur komplexen analytischen Funktion ergänztes	$Pa^2$
$\eta$	Viskosität	$Pa \text{ sec}$
$\nu$	Imaginärteil einer komplexen Variablen	-
$\lambda$	mittlere Freie Weglänge	$m$
$\xi$	Realteil einer komplexen Variablen	-
$\rho$	Dichte	$kg/m^3$
$\varphi$	Porosität	-
$\psi, \psi'$	siehe Abb. 9	-